Κανάρη 36, Δάφνη
Τηλ. 210 9713934 & 210 9769376

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

Ο.Π. ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

I. Α1. β) Η συνιστώσα του βάρους $w_x = mg \cdot \eta\mu 30^0 = \frac{w}{2}$ έχει μεγαλύτερη τιμή από την δύναμη F οπότε η συνισταμένη δύναμη ΣF στην διεύθυνση του κεκλιμένου έχει φορά προς τα κάτω. Η κατεύθυνση της ΣF προσδιορίζει και τη φορά της στατικής τριβής προς τα πάνω.

Α2. β) Το τμήμα από μόλυβδο έχει την μεγαλύτερη μάζα οπότε ως προς το άκρο Α η ράβδος θα εμφανίσει την μεγαλύτερη μεταβολή στην δυναμική της ενέργεια μέχρι να γίνει κατακόρυφη. Η μεταβολή αυτή θα γίνει κινητική.

Α3.α) Από την εξίσωση της απομάκρυνσης:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega \cdot t + \varphi_0) \Leftrightarrow 0 = A \cdot \eta\mu(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{8} + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu(\frac{\pi}{4} \cdot + \varphi_0) = \eta\mu 0.$$

Άρα : $\frac{\pi}{4} \cdot + \varphi_0 = 2k\pi + 0$ (1) ή $\frac{\pi}{4} \cdot + \varphi_0 = 2k\pi + \pi$ (2). Με $k \in \mathbb{Z}$

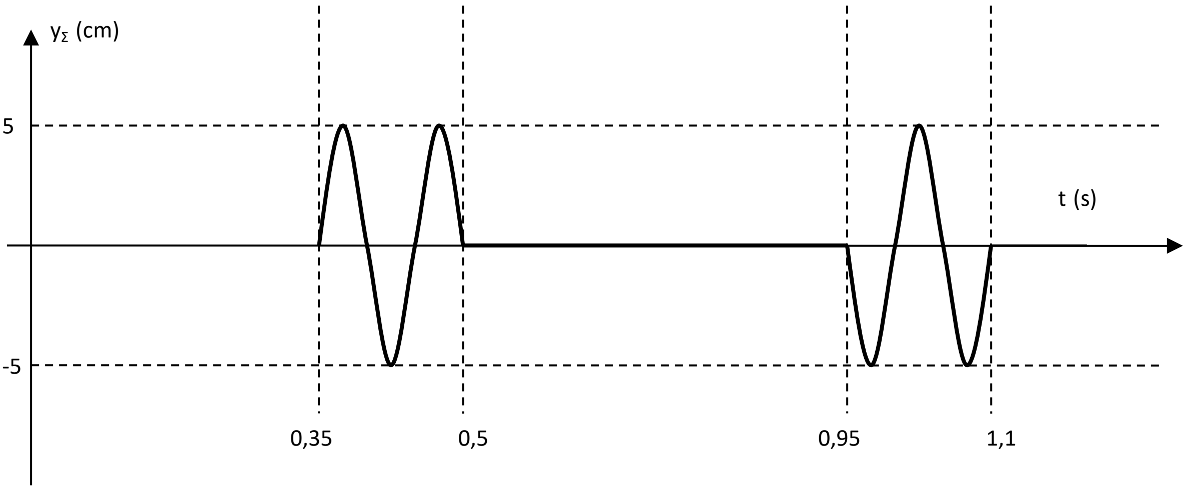
Επειδή την $t=t_1$ η ταχύτητα του σώματος είναι αρνητική η αρχική φάση προκύπτει από τη σχέση (2) για k=0.

Α4. δ) $u_2' = \frac{2 \cdot 3m}{3m + m} \cdot u = \frac{3}{2} \cdot u$

II.
- **1. Σ**
- **2. Σ**
- **3. Λ**
- **4. Λ**
- **5. Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Από την αρμονική κίνηση κάθε πηγής $y=0,05\cdot\eta\mu(20\pi t)$ βλέπουμε ότι Α=0,05m και



$\omega=20\pi\frac{rad}{s}$

Η περίοδος ταλάντωσης κάθε πηγής και των κυμάτων που δημιουργούνται είναι

$T=\frac{2\pi}{20\pi}\Leftrightarrow \mathrm{T}=0,1s$

Από την κυματική εξίσωση : $\lambda=\frac{u_k}{f}\Leftrightarrow\lambda=0,4m$. Τα κύματα παράγονται για χρονικό διάστημα $t_1=0,6s=6T$ και μετά σταματά η παραγωγή τους.

Στο σημείο Σ έχουμε αποσβετική συμβολή όπως προκύπτει από τον τύπο του πλάτους

Πλάτος Σ $=\left|A_\Sigma\right|=\left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right|=2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{1,5\lambda}{2\lambda}\right|=0$

Η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Σ από τις δύο πηγές είναι $r_1-r_2=1,5\lambda$ με $r_1=5\lambda$ και $r_2=3,5\lambda$.

Στο σημείο Σ φτάνει πρώτα η διαταραχή από την πηγή Π2, αυτό εκτελεί 1,5 ταλαντώσεις πλάτους Α και περιόδου Τ και μετά φτάνει η διαταραχή από την Π1 ,με αποτέλεσμα το σημείο Σ να παραμένει ακίνητο.

Όσο τα κύματα συμβάλλουν το σημείο Σ παραμένει ακίνητο.

Την χρονική στιγμή $t_3=3,5T+6T=9,5T$ το κύμα από την πηγή Π2 σταματά την επίδρασή του στο σημείο Σ και αυτό από την t_3 και μετά ,για χρονικό διάστημα $\Delta t=1,5T$, ταλαντώνεται υπό την επίδραση του κύματος της Π1 μέχρι την χρονική στιγμή $t_4=5T+6T=11T$. Έκτοτε το σημείο Σ παραμένει στη θέση ισορροπίας του.

Β2. Σωστή η β)

Επειδή το υλικό σημείο Λ βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα και έχει ήδη αρχίσει να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή t=0, το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά.

Επίσης επειδή το σημείο Λ την χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται για πρώτη φορά σε απομάκρυνση y=-A τότε έχει εκτελέσει τα $3/4$ της πρώτης του αρμονικής ταλάντωσης πριν το κύμα φτάσει στο Ο και απέχει από το Ο απόσταση $x_{\Lambda} = \frac{3}{4}\lambda = 0,6m$ όπου λ το μήκος κύματος του κύματος. Προκύπτει λ=0,8m

Από την γραφική παράσταση της απομάκρυνσής του: A=0,05m και $T = 0,4s$

Τελικά : $y = 0,05\eta\mu 2\pi\left(2,5t + \frac{5x}{4}\right)$ στο SI.

Β3. Ι. Σωστή η γ)

Από t=0 μέχρι t_1=6s ο δίσκος δέχεται σταθερή ροπή της ίδιας φοράς με την αρχική του γωνιακή ταχύτητα. Άρα εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Από t_1=6s μέχρι t_2=12s η ροπή μειώνεται γραμμικά μέχρι να μηδενιστεί χωρίς να αλλάξει φορά.

Από τον θεμελιώδη νόμο $\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma}$ όσο ασκείται ροπή υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση και η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου αυξάνεται. Ο δίσκος εκτελεί στροφική επιταχυνόμενη κίνηση με γωνιακή επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται.

Μέγιστη γωνιακή ταχύτητα αποκτά ο δίσκος την χρονική στιγμή $t_2 = 12s$ που η ροπή σταματά να επιδρά στο στερεό.

ΙΙ. Σωστή η γ)

Η αρχική στροφορμή του τροχού έχει αλγεβρική τιμή $L_0 = I \cdot \omega_0 = +10\frac{kg \cdot m^2}{s}$

Στην γραφική «Συνισταμένης ροπής – χρόνου» το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής και του άξονα των χρόνων είναι αλγεβρικά ίσο με την μεταβολή της στροφορμής ΔL του δίσκου.

Αυτό προκύπτει από τον γενικό τύπο $\Sigma\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$.

Από την γραφική παράσταση για το συνολικό χρονικό διάστημα :

$$\Delta L = 60 + 30 = +90\frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Αναλυτικά :

$$\Delta L = L_T - L_A \Leftrightarrow 90 = L_T - 10 \Leftrightarrow L_T = 100\frac{kg \cdot m^2}{s} \Leftrightarrow 2 \cdot \omega_T = 100\frac{kg \cdot m^2}{s} \Leftrightarrow \omega_T = 50\frac{rad}{s}$$

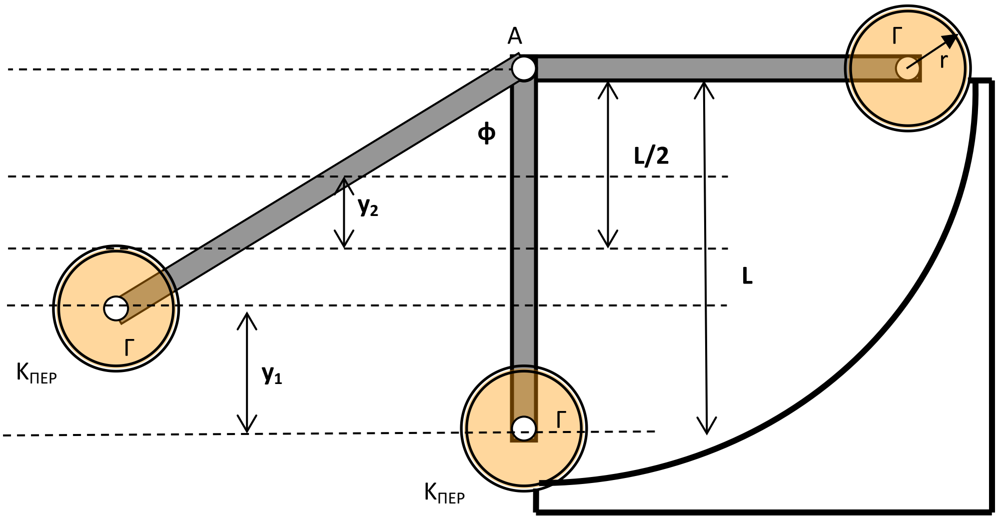
Β4. Ι. Σωστή η β)

Η ράβδος αποκτά ως προς τον άξονα της γωνιακή ταχύτητα κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα. Εφαρμογή του κανόνα του παλάμης του δεξιού χεριού. Το διάνυσμα αυτό ανήκει στον άξονα περιστροφής της.

Ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στον οδηγό με το κέντρο μάζας του να επιταχύνεται μεταφορικά καθώς κατέρχεται άρα επιταχύνεται και στροφικά. Η στατική τριβή οφείλει να προκαλεί στροφική επιταχυνόμενη κίνηση.

Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου (έχει τη ίδια κατεύθυνση με τη ροπή της τριβής) ανήκει στον μεταφερόμενο άξονα περιστροφής του δίσκου και είναι κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα έξω.

II. Σωστή η β)



Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος «ράβδος- δίσκος» από την αρχική στην τελική κατακόρυφη θέση είναι $\Delta U_B = U_{B(\text{ΤΕΛ})} - U_{B(\text{ΑΡΧ})}$

Επιλέγουμε ,για την κατανόηση, επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το άκρο Γ της ράβδου (ταυτίζεται με το κέντρο μάζας του δίσκου) στη κατακόρυφη θέση που το σύστημα αφήνει τον οδηγό.

$$\Delta U_B = U_{B(\text{ΤΕΛ})} - U_{B(\text{ΑΡΧ})} = (mg\frac{L}{2} + 0) - (mgL + mgL) \Leftrightarrow \Delta U_B = -\frac{3}{2}mgL$$

Η απόλυτη τιμή αυτής της μεταβολής είναι $\left|\Delta U_B\right| = \frac{3}{2}mgL$

Για την κίνηση του συστήματος ισχύει η ΑΔΜΕ.

Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του συστήματος έγινε κινητική ενέργεια της ράβδου και κινητική του δίσκου.

Από την εκφώνηση : $K_{\text{Ρ}} = \frac{2}{11}\left|\Delta U_B\right|$ (1)

Από την ΑΔΜΕ : $\left|\Delta U_B\right| = K_{\text{Ρ}} + K_{\Delta} \Leftrightarrow K_{\Delta} = \frac{9}{11}\left|\Delta U_B\right|$ (2)

Η κινητική ενέργεια του δίσκου στην κατακόρυφη θέση διακρίνεται σε μεταφορική και στροφική κινητική. Επειδή ο δίσκος κυλίεται για την ταχύτητα του κέντρου μάζας του ισχύει $u_{cm} = \omega_{\Delta} \cdot r \Leftrightarrow \omega_{\Delta} = \frac{u_{cm}}{r}$ (3)

Αλλά : $K_{\Delta(\text{ΜΕΤ})} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_{cm}^2$ (4) και $K_{\Delta(\text{ΣΤΡ})} = \frac{1}{2} \cdot I_{cm} \cdot \omega_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} m \cdot r^2) \cdot \frac{u_{cm}^2}{r^2} = \frac{1}{4} m \cdot u_{cm}^2$ (5) με τη χρήση και της σχέσης (3).

Συγκρίνουμε τις σχέσεις (4) και (5) και βλέπουμε ότι τα $\frac{2}{3}$ της κινητικής ενέργειας του δίσκου είναι μεταφορική κινητική και το $\frac{1}{3}$ στροφική κινητική ενέργεια.

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (2) $K_{\Delta(\text{ΜΕΤ})} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{11}\left|\Delta U_B\right| = \frac{6}{11}\left|\Delta U_B\right|$ (6)

Από τη στιγμή που το σύστημα αφήνει τον οδηγό η στροφική κινητική ενέργεια που έχει αποκτήσει ο δίσκος παραμένει σταθερή. Αυτή η ενέργεια δεν μπορεί να μετασχηματιστεί σε δυναμική ενέργεια του συστήματος καθώς αυτό ανέρχεται. Η συνολική κινητική ενέργεια που μετασχηματίζεται σε δυναμική του συστήματος όταν η ράβδος σταματά στιγμιαία είναι από τις (1) και (6) η κινητική της ράβδου και η μεταφορική κινητική του δίσκου. Την ονομάζουμε K_1

$$K_1 = K_{\Delta(\text{MET})} + K_P = \frac{6}{11}|\Delta U_B| + \frac{2}{11}|\Delta U_B| = \frac{8}{11}|\Delta U_B|$$

Για να βρούμε τον τριγωνομετρικό αριθμό της γωνίας φ εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το σύστημα από τη στιγμή που αφήνει τον οδηγό μέχρι η ράβδος να σταματήσει στιγμιαία. Από το σχήμα το κέντρο μάζας της ράβδου έχει ανέβει κατακόρυφα κατά

$$y_2 = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi\,.$$

Το κέντρο μάζας του δίσκου έχει ανέβει κατακόρυφα κατά $y_1 = L - L\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$.

$$\Delta K = W_{B2} + W_{B1} \Leftrightarrow 0 - K_1 = W_{B2} + W_{B1} \Leftrightarrow$$

$$0 - \left(\frac{8}{11}|\Delta U_B|\right) = -mg\frac{L}{2}(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) - mgL(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) \Leftrightarrow$$

$$-\frac{8}{11}\cdot\frac{3}{2}mgL = -mg\frac{L}{2}(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) - mgL(1-\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow$$

$$\frac{24}{11} = 1 - \sigma\upsilon\nu\varphi + 2(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) \Leftrightarrow$$

$$\frac{24}{11} = 3 - 3\sigma\upsilon\nu\varphi \Leftrightarrow$$

$$3\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{9}{11} \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{3}{11}$$

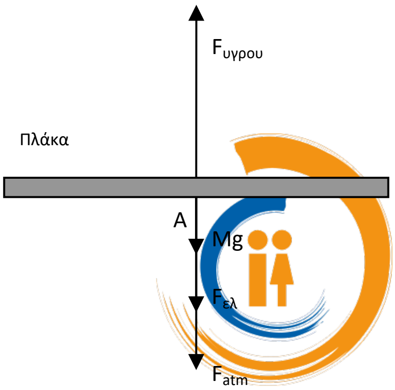
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο όγκος του υγρού που περιέχεται στο (Π) είναι ίσος με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης $A_1 = 2\times 0,3 = 0.6m^2$ με το ύψος h=2m.

Δηλαδή : $V = A_1 \cdot h \Leftrightarrow V = 1,2m^3$

Από την πυκνότητα του υγρού : $\rho = \frac{m_{\upsilon\gamma}}{V} \Leftrightarrow m_{\upsilon\gamma} = \rho\cdot V \Leftrightarrow \boxed{m_{\upsilon\gamma} = 1500kg}$

Γ2. Έστω p_A η πίεση του ρευστού στο σημείο Α. Από την ισορροπία της πλάκας όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα:



$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow F_{\upsilon\gamma\rho o\upsilon} = Mg + F_{\varepsilon\lambda} + F_{atm} \Leftrightarrow$$

$$\frac{F_{\upsilon\gamma\rho o\upsilon}}{A_1} = \frac{Mg + k\cdot x}{A_1} + \frac{F_{atm}}{A_1} \Leftrightarrow p_A = \frac{Mg + k\cdot x}{A_1} + p_{atm} \Leftrightarrow$$

$$p_A = 0,1\cdot 10^5 + 10^5 \Leftrightarrow p_A = 1,1\cdot 10^5\frac{N}{m^2}$$

Έστω Μ το μέσο του κατακόρυφου τμήματος ΑΓ το οποίο απέχει h/2 από το σημείο Α. Από τον νόμο της υδροστατικής πίεσης για τα σημεία Μ και Α έχουμε:

$$p_M = p_A + \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \Leftrightarrow p_M = 1{,}1 \cdot 10^5 + 1250 \cdot 10 \cdot 1 \Leftrightarrow p_M = 1{,}225 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\boxed{p_M = 1{,}225 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}}$$

Γ3. Έστω u_Δ η ταχύτητα εκροής του ρευστού στο σημείο Δ.

Θεωρούμε ρευματική γραμμή που συνδέει τα σημεία Α και Δ και επιλέγουμε επίπεδο στο οποίο η βαρυτική δυναμική ενέργεια μιας στοιχειώδους ποσότητας ρευστού είναι ίση με το μηδέν, αυτό στο οποίο ανήκουν τα σημεία Μ και Δ.

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli στα σημεία Α και Δ:

$$p_A + \frac{1}{2}\rho \cdot u_A^2 + \rho \cdot g \cdot y_A = p_\Delta + \frac{1}{2}\rho \cdot u_\Delta^2 + \rho \cdot g \cdot y_\Delta \quad (1)$$

Είναι $p_A = 1{,}1 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}, p_\Delta = 10^5 \frac{N}{m^2} = p_{atm}$

$u_A = 0$ γιατί το εμβαδόν τη πλάκας είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν διατομής της οπής

Επίσης $y_A = \frac{h}{2} = 1m, y_\Delta = 0$ ως προς το επίπεδο που επιλέξαμε.

Με εφαρμογή : $1{,}1 \cdot 10^5 + 0 + 1250 \cdot 10 \cdot 1 = 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 1250 \cdot u_\Delta^2 + 0 \Leftrightarrow \boxed{u_\Delta = 6\frac{m}{s}}$

Η παροχή του ρευστού στην οπή θεωρείται σταθερή και δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi_\Delta = A \cdot u_\Delta \Leftrightarrow \Pi_\Delta = 0{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 6\frac{m^3}{s} \Leftrightarrow \boxed{\Pi_\Delta = 3 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}}$$

Μια μικρή ποσότητα ρευστού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $H_1 = H + \frac{h}{2} = 5m$ με ταχύτητα βολής την $u_0 = u_\Delta = 6\frac{m}{s}$

Το βεληνεκές της βολής δίνεται από τον τύπο: $S_1 = u_\Delta \cdot t_\pi$ (1) όπου t_π ο χρόνος πτώσης της ποσότητας του ρευστού μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Για τον χρόνο αυτό, από την κίνηση του ρευστού στον άξονα y που είναι ελεύθερη πτήση, έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Leftrightarrow H_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_\pi^2 \Leftrightarrow t_\pi = \sqrt{\frac{2H_1}{g}} \Leftrightarrow t_\pi = 1s$$

Με εφαρμογή στη σχέση (1) : $S_1 = u_\Delta \cdot t_\pi = 6 \cdot 1 \Leftrightarrow \boxed{S_1 = 6m}$.

Γ4. Η εξερχόμενη φλέβα ρευστού από την οπή διατηρεί σταθερή την παροχή της και καθώς επιταχύνεται από τη βαρύτητα αυξάνει την ταχύτητά της. Από την εξίσωση της συνέχειας $A \cdot u = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$ η φλέβα μειώνει το εμβαδόν διατομής της. Μεταβολή δηλαδή μείωση κατά 50% δηλώνει ότι η διατομή θα υποδιπλασιαστεί.

Τελικά πρέπει η φλέβα ,πριν φτάσει στο έδαφος, να έχει διπλασιάσει την ταχύτητά της δηλαδή να έχει ταχύτητα μεγαλύτερη από 12m/s.

Εφαρμόζομε ΑΔΜΕ για μια μικρή ποσότητα ρευστού μάζας dm στο σημείο Δ που εξέρχεται και στο σημείο Λ ελάχιστα πριν έρθει σε επαφή με το έδαφος. Επιλέγουμε επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Είναι

$$\frac{1}{2}\cdot dm\cdot u_{\Delta}^{2}+dm\cdot g\cdot H_{1}=\frac{1}{2}\cdot dm\cdot u_{\Lambda}^{2}+0\Leftrightarrow u_{\Lambda}=\sqrt{u_{\Delta}^{2}+2g\cdot H_{1}}\Leftrightarrow u_{\Lambda}=\sqrt{136}=11,6m/s$$

Βλέπουμε ότι $u_{\Lambda}<12m/s$ οπότε η φλέβα δεν αποκτά υποδιπλάσιο εμβαδόν διατομής από αυτό που έχει την στιγμή που εξέρχεται από την οπή.

Γ5. Έστω Δt το χρονικό διάστημα στο οποίο γεμίζει το δοχείο από τη στιγμή που φτάνει το ρευστό. Επειδή η παροχή της φλέβας είναι σταθερή είναι

$$\Pi_{\Delta}=\frac{\Delta V}{\Delta t}\Leftrightarrow\Delta t=\frac{V}{\Delta t}\Leftrightarrow\Delta t=\frac{V}{\Pi_{\Delta}}\Leftrightarrow\Delta t=\frac{3\cdot10^{-3}}{3\cdot10^{-4}}\Leftrightarrow\Delta t=10s$$

Η ζητούμενη χρονική στιγμή t_2 προκύπτει αν στο χρονικό διάστημα Δt προσθέσουμε τον χρόνο πτώσης : $t_2=\Delta t+t_{\pi}\Leftrightarrow t_2=10+1\Leftrightarrow \boxed{t_2=11s}$

Γ6. Το βεληνεκές εξαρτάται από την ταχύτητα εκροής και τον χρόνο πτώσης. Επειδή ο χρόνος πτώσης παραμένει ο ίδιος, την ίδια ποσοστιαία μεταβολή με το βεληνεκές παρατηρούμε και στην ταχύτητα εκροής.

$$u_{\Delta}^{'}=u_{\Delta}+\frac{\frac{200}{3}}{100}\cdot u_{\Delta}=u_{\Delta}+\frac{200}{300}\cdot u_{\Delta}=\frac{5}{3}\cdot u_{\Delta}=10m/s\,.$$

Ονομάζουμε $p_A{}'$ την νέα πίεση του υγρού στο σημείο Α.

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli στα σημεία Α και Δ για να βρούμε την $p_A{}'$.

$$p_{A}^{'}+\frac{1}{2}\rho\cdot u_{A}^{2}+\rho\cdot g\cdot y_{A}=p_{\Delta}+\frac{1}{2}\rho\cdot u_{\Delta}^{'2}+\rho\cdot g\cdot y_{\Delta}$$

Με αντικατάσταση: $p_{A}^{'}+0+1250\cdot10\cdot1=10^{5}+\frac{1}{2}\cdot1250\cdot u_{\Delta}^{'2}+0\Leftrightarrow p_{A}^{'}=1,5\cdot10^{5}\,\frac{N}{m^{2}}$

$$\Sigma F_{y}=0\Leftrightarrow F_{\upsilon\gamma\rho o\upsilon}^{'}=Mg+F'_{\varepsilon\lambda}+F_{atm}\Leftrightarrow$$

Από την ισορροπία της πλάκας: $\frac{F_{\upsilon\gamma\rho o\upsilon}^{'}}{A_{1}}=\frac{Mg+k_{2}\cdot x}{A_{1}}+\frac{F_{atm}}{A_{1}}\Leftrightarrow p_{A}^{'}=\frac{Mg+k_{2}\cdot x}{A_{1}}+p_{atm}$

Με αντικατάσταση, από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι: $\boxed{k_2=70.000N/m}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το Σ2 όταν εκτοξεύεται βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ που θα εκτελέσει από εκείνη τη στιγμή και μετά οπότε η ταχύτητα εκτόξευσης είναι η μέγιστη. Από αυτή βρίσκουμε το πλάτος ταλάντωσης Α του Σ2 πριν γίνει η κρούση του με το Σ1.

$$u_{\max}=\omega_{2}\cdot\mathrm{A}\Leftrightarrow u_{\max}=\sqrt{\frac{k}{m_{2}}}\cdot A\Leftrightarrow2=10\cdot A\Leftrightarrow A=0,2m\ \Leftrightarrow\boxed{A=0,2m}$$

Δ2. Σύμφωνα με την εκφώνηση η κρούση μεταξύ των Σ1 και Σ2 γίνεται μια χρονική στιγμή που το ελατήριο εμφανίζει τη μεγαλύτερη επιμήκυνσή του, δηλαδή όταν το Σ2 βρίσκεται στην κάτω ακραία

θέση του. Η απόσταση του Σ1 από τη θέση αυτή είναι $S' = S - A = 13,5 - 0,2 = 13,3m$.
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το Σ1 από τη στιγμή που εκτοξεύεται μέχρι τη θέση ελάχιστα πριν συγκρουστεί με το Σ2, στην οποία έχει ταχύτητα u_1.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot u_0^2 = -m_1 \cdot g \cdot ημφ \cdot S' \Leftrightarrow$$

$$u_1^2 - u_0^2 = -2 \cdot g \cdot ημφ \cdot S' \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{u_0^2 - 2 \cdot g \cdot ημφ \cdot S'} \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{169 - 133} \Leftrightarrow$$

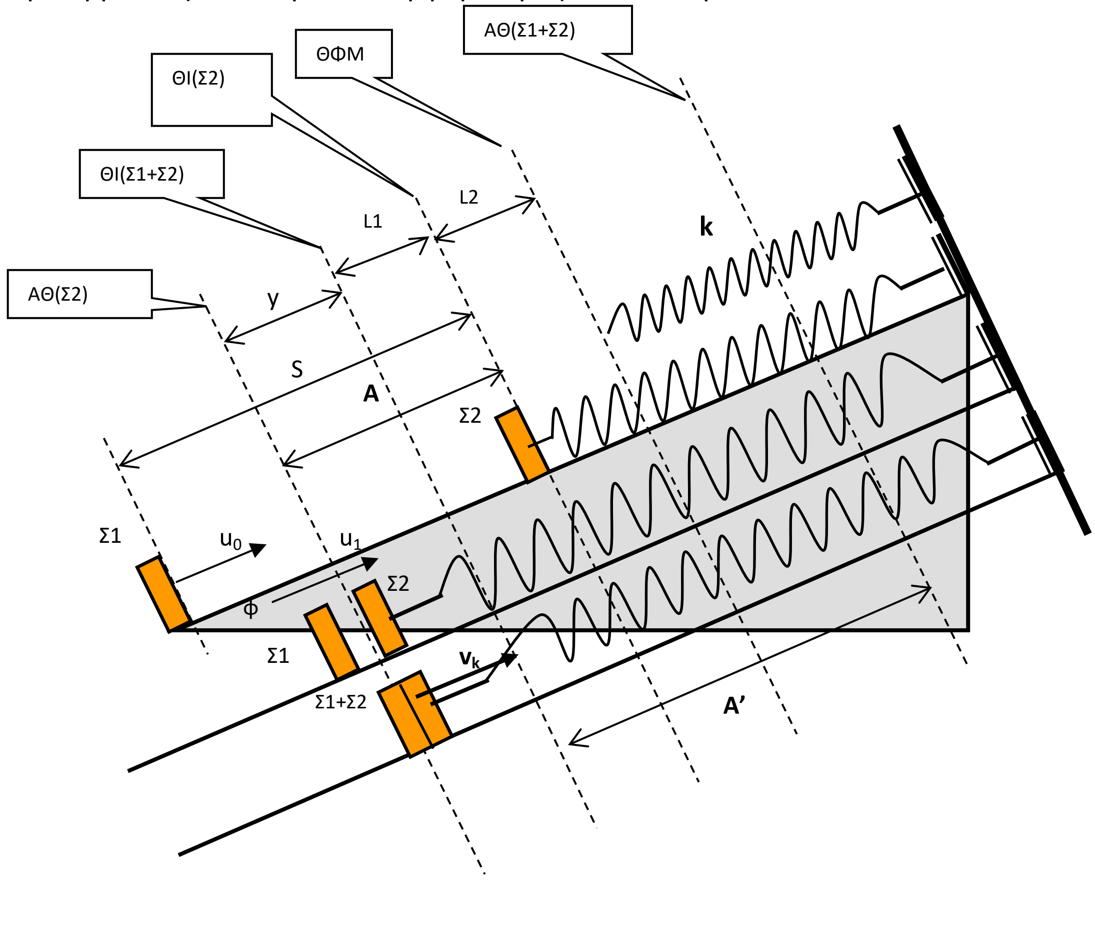
$$u_1 = 6m/s$$

Άρα : $\boxed{u_1 = 6m/s}$

Δ3. Η γενική μορφή είναι $y_O = A' \cdot ημ(ω \cdot t + φ_0)$
Για την πλαστική κρούση των Σ1,Σ2 εφαρμόζουμε ΑΔΟ με θετική φορά ορμής προς τα πάνω

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \Leftrightarrow m_1 \cdot u_1 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot v_k \Leftrightarrow v_k = 3m/s$$

Για το πλάτος Α΄ θα εφαρμόσουμε ΑΔΕΤ. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα v_k και απέχει από τη θέση ισορροπίας του απόσταση $y = A - L_1$
Από τη θέση ισορροπίας του Σ2 με θετική φορά προς τα κάτω προκύπτει



$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow m_2 gημφ - k \cdot L_2 = 0 \Leftrightarrow L_2 = \frac{m_2 gημφ}{k} = 0,05m$$

Από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος και με τη βοήθεια της παραπάνω σχέσης

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow (m_1 + m_2) \cdot gημφ - k \cdot (L_1 + L_2) = 0 \Leftrightarrow$$

προκύπτει :

$$m_1 gημφ + m_2 gημφ = k \cdot L_1 + k \cdot L_2 \Leftrightarrow L_1 = \frac{m_1 gημφ}{k} = 0,05m$$

Τελικά $y = A - L_1 = 0{,}15m$

ΑΔΕΤ:

$$E = K + U \Leftrightarrow \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot v_k^2 + \frac{1}{2}k\cdot y^2 \Leftrightarrow A' = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)\cdot v_k^2 + k\cdot y^2}{k}} \Leftrightarrow A' = 0{,}45m$$

Για την κυκλική συχνότητα ω :

$$k = D = (m_1+m_2)\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{400}{8}} = 5\sqrt{2}rad/s$$

Για την αρχική φάση από την εκφώνηση την t=0 ισχύει y=+A' οπότε από την γενική μορφή της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας:

$$y_O = A'\cdot \eta\mu(\omega\cdot t + \varphi_0) \Leftrightarrow A' = A'\cdot \eta\mu(\omega\cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu(\varphi_0) = 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Τελικά $\boxed{y = 0{,}45\cdot \eta\mu(5\sqrt{2}\cdot t + \pi/2)}$ στο SI.

Δ4. Είναι $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\cdot x^2$ όπου x η παραμόρφωση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος.

Όταν το συσσωμάτωμα σταματά στιγμιαία τότε $x = A' - L_1 - L_2 = 0{,}45 - 0{,}1 = 0{,}35m$

Με αντικατάσταση : $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}400\cdot(\frac{0{,}7}{2})^2 = \frac{49}{2}J \Leftrightarrow \boxed{U_{\varepsilon\lambda} = \frac{49}{2}J}$

Δ5. Έστω x_1 η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με 2J.

Είναι : $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kx_1^2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{\frac{2\cdot U_{\varepsilon\lambda}}{k}} \Leftrightarrow x_1 = 0{,}1m$

Το ελατήριο εμφανίζει αυτή την παραμόρφωση και ως επιμήκυνση και ως συσπείρωση.

Η επιμήκυνση $x_1 = 0{,}1m = L_1 + L_2$ αφορά την θέση ισορροπίας ταλάντωσης του συσσωματώματος και το συσσωμάτωμα διέρχεται από εκεί για πρώτη φορά (μετά την κρούση) ανερχόμενο προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου.

Πάνω από τη θέση φυσικού μήκους κατά $x_1 = 0{,}1m$,το συσσωμάτωμα διέρχεται από αυτή τη θέση πρώτα καθώς ανεβαίνει προς την ακραία θέση του αλλά και όταν επιστρέφει. Όταν διέρχεται ξανά αλλά κατεβαίνει ,εκείνη τη στιγμή, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μειώνεται γιατί αποσυσπειρώνεται προς τη θέση φυσικού μήκους. ΄Αρα δεν ικανοποιείται η εκφώνηση.

Τελικά η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου έχει τιμή 2J καθώς το συσσωμάτωμα διέρχεται για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας του (μετά την κρούση) κατερχόμενο, με το ελατήριο εκείνη τη στιγμή να αυξάνει την δυναμική του ενέργεια γιατί επιμηκύνεται.

Όταν το συσσωμάτωμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι ίση με το μηδέν και επειδή ο ζητούμενος ρυθμός είναι $\frac{dK}{dt} = \Sigma F_x \cdot u_{\max}$ τότε είναι και αυτός είναι ίσος με το μηδέν. Άρα $\boxed{\frac{dK}{dt} = 0}$.

<u>ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:</u>

ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ΑΡΗΣ – ΚΑΤΣΑΡΟΥ ΚΑΤΕΡΙΝΑ
ΧΡΥΣΟΒΕΡΓΗΣ ΘΑΝΑΣΗΣ