ΚΥΡΙΑΚΗ 15 ΜΑΪΟΥ 2022

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΑΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Ι. Α1. Α $\rightarrow$ Από τη σύγκριση με τη γενική μορφή $\omega = 20rad/s, \varphi_0 = \pi/6$ και $A = 0{,}1m$. Η ολική ενέργεια είναι : $E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 4J$

Α2. Α $\rightarrow$ επειδή $m_1 > m_2$, από τον τύπο $u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 > 0$

Α3. Γ $\rightarrow$ Παράδειγμα διατήρησης στροφορμής, είναι $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$. Η ροπή αδράνειας μειώνεται και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής αυξάνεται

Α4. Γ $\rightarrow$ $T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|} = \frac{1}{2}s$ με $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{200\pi}{2\pi} = 100Hz$ και

$$f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = \frac{204\pi}{2\pi} = 102Hz$$

ΙΙ. 1. Λ , από την εξίσωση της συνέχειας.

2. Σ , είναι $u_{max} = u_{max(0)} \cdot e^{-\Lambda t}$.

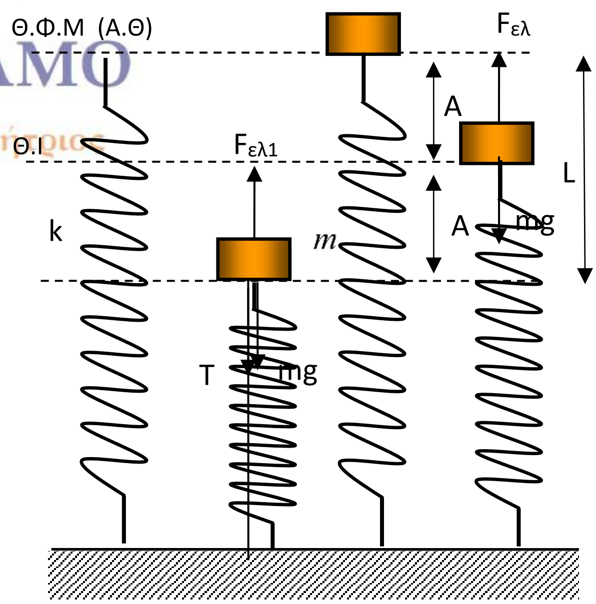
3. Λ , είναι $P = \tau \cdot \omega$.

4. Σ

5. Σ πρέπει να ανήκει σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής και σε απόσταση L από αυτόν.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η β)



Από την εκφώνηση κόβουμε το νήμα και το σώμα μάζας m αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταματώντας στιγμιαία για πρώτη φορά στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Όταν κόψουμε το νήμα το σώμα μάζας m είναι ακίνητο και ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση από ακραία θέση. Η απέναντι ακραία θέση είναι η Θ.Φ.Μ.

και επειδή η θέση ισορροπίας ταλάντωσης ισαπέχει από τις ακραίες θέσεις, από το σχήμα $2A = L \Leftrightarrow A = \dfrac{L}{2}$. Από την ισορροπία στη θέση αυτή:

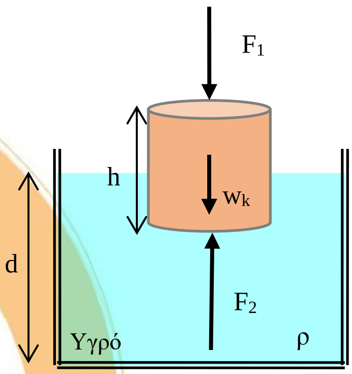
$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow (\downarrow +)\,\mathrm{mg} - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Leftrightarrow mg = k\frac{L}{2} \quad (1)$$

Για την ισορροπία του σώματος πριν κόψουμε το νήμα:

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow (\downarrow +)\,\mathrm{mg} + T - F_{\varepsilon\lambda 1} = 0 \Leftrightarrow mg + T = kL$ (2)

Συνδυάζουμε τις σχέσεις (1) , (2) : $\Leftrightarrow mg + T = 2mg \Leftrightarrow T = mg$

Β2. Ι. Σωστή η γ)



Ισορροπία κυλίνδρου.

Οι οριζόντιες δυνάμεις που δέχεται η κατακόρυφα τοποθετημένη κυλινδρική επιφάνεια από το υγρό εμφανίζουν συμμετρία, είναι αντιδιαμετρικά αντίθετες, οπότε αλληλοεξουδετερώνονται.

Ο κύλινδρος δέχεται στην πάνω βάση του δύναμη F_1 , στη κάτω βάση του μεγαλύτερη δύναμη F_2 και το βάρος του από την Γη.

$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow (\downarrow +)\,\mathrm{w}_k + F_1 - F_2 = 0 \Leftrightarrow F_2 = \mathrm{w}_k + F_1$ (1)

Στην πάνω βάση : $p_1 = p_{atm} = \dfrac{F_1}{A_1} \Leftrightarrow F_1 = p_{atm} \cdot A_1$ (2)

Στην κάτω βάση : $p_2 = p_{atm} + \rho g \dfrac{h}{2} = \dfrac{F_2}{A_1} \Leftrightarrow F_2 = (p_{atm} + \rho g \dfrac{h}{2}) \cdot A_1$ (3)

Η σχέση (1) από τις (2) και (3) :

$$(p_{atm} + \rho g \frac{h}{2}) \cdot A_1 = m_k g + p_{atm} \cdot A_1 \Leftrightarrow \rho g \frac{h}{2} \cdot A_1 = \rho_1 \cdot V_k \cdot g \Leftrightarrow$$

$$\rho g \frac{h}{2} \cdot A_1 = \rho_1 \cdot A_1 \cdot h \cdot g \Leftrightarrow \rho_1 = \frac{\rho}{2}$$

ΙΙ. Β2. Ι. Σωστή η β)

Έστω d’ το ύψος του υγρού στο δοχείο όταν αφαιρέσουμε τον κύλινδρο. Το ύψος d του υγρού στο δοχείο προκύπτει από τον όγκο του νερού που περιέχει $A \cdot d'$ και από τον όγκο του κυλίνδρου που είναι βυθισμένος $A_1 \cdot \dfrac{h}{2} = A_1 \cdot \dfrac{d}{4}$

Ισχύει η ισότητα όγκων:

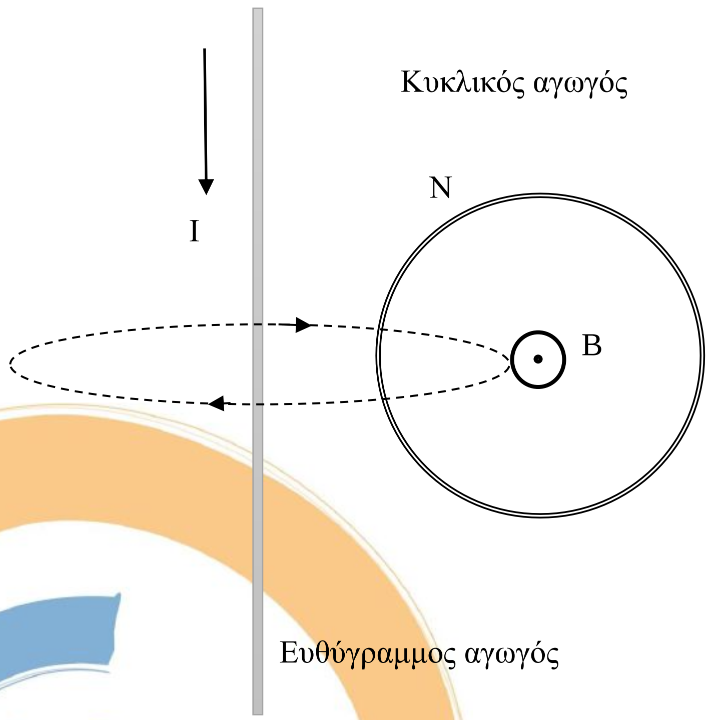
$$A \cdot d = A \cdot d' + A_1 \cdot \frac{d}{4} \Leftrightarrow 4A_1 \cdot d = 4A_1 \cdot d' + A_1 \cdot \frac{d}{4} \Leftrightarrow d = d' + \frac{d}{16} \Leftrightarrow d' = \frac{15d}{16}$$

Η οπή που ανοίγουμε στο δοχείο απέχει d’ από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Με εφαρμογή της εξίσωσης Bernoulli για ένα σημείο της ελεύθερης επιφάνειας και το σημείο εξόδου της φλέβας του υγρού έχουμε:

$$p_{atm} + \rho g d' + 0 = p_{atm} + 0 + \frac{1}{2}\rho u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{2gd'} = \sqrt{2g\frac{15d}{16}} \Leftrightarrow$$

$$u = \frac{\sqrt{30gd}}{4}$$

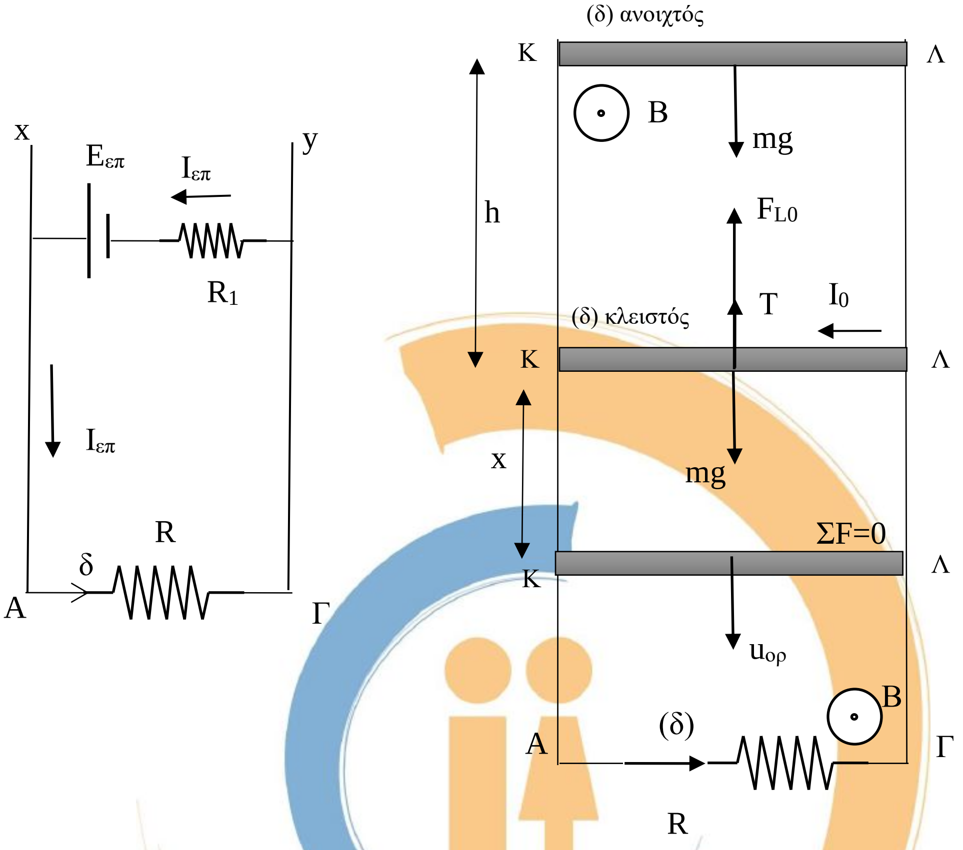
Β3. Σωστή η γ)



Η επιφάνεια που ορίζει κυκλικός ο αγωγός βρίσκεται εντός του ανομοιογενούς μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός. Στο σχήμα φαίνεται μια δυναμική γραμμή του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού και η φορά της έντασης στην περιοχή του κυκλικού αγωγού. Για ένα σημείο που απέχει απόσταση r από τον αγωγό $B = k_{\mu}\dfrac{2I}{r}$ (1).

Καθώς μειώνεται η ένταση του ρεύματος στον ευθύγραμμο αγωγό αραιώνουν οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου που τέμνουν την επιφάνεια του κυκλικού αγωγού οπότε μειώνεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν. Αυτή η μείωση της μαγνητικής ροής σε χρονικό διάστημα Δt προκαλεί εμφάνιση τάσης από επαγωγή στον κυκλικό αγωγό. Επειδή ο κυκλικός αγωγός είναι κλειστός διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα. Σύμφωνα με τον Κ.Lenz το ρεύμα από επαγωγή έχει τέτοια φορά έτσι ώστε να αντιστέκεται στην μείωση της μαγνητικής ροής που το προκαλεί. Για να ισχύει η προηγουμένη πρόταση πρέπει το μαγνητικό πεδίο στον ρευματοφόρο κυκλικό αγωγό B_{κ} να έχει την ίδια φορά με το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού(κάθετο στη σελίδα με φορά από τη σελίδα στον αναγνώστη), έτσι ώστε να αντιστέκεται στην μείωση της μαγνητικής ροής. Τελικά σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού στον κυκλικό αγωγό το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά αντίθετη της φοράς των δεικτών του ρολογιού (αριστερόστροφη).

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Με τον διακόπτη (δ) ανοιχτό ο αγωγός ΚΛ εκτελεί, απουσία τριβών, ελεύθερη πτώση. (Στον αγωγό αναπτύσσεται επαγωγική τάση αλλά επειδή ο διακόπτης είναι ανοιχτός δεν υπάρχει επαγωγικό ρεύμα). ΘΜΚΕ για τον αγωγό ΚΛ από τη στιγμή που τον αφήνουμε ελεύθερο μέχρι να κατέλθει κατά h.

$$W_B = K_{τελ} - K_{αρχ} \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2}mu_0^2 - 0 \Leftrightarrow u_0 = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow u_0 = 10m/s$$

Γ2. Οι δυνάμεις που δέχεται ο αγωγός όταν κλείσουμε τον διακόπτη φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Με το κλείσιμο του διακόπτη, λόγω της επαγωγικής τάσης που προϋπάρχει στον αγωγό έχουμε αμέσως ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα και άσκηση δύναμης Laplace στον αγωγό. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος φαίνεται στο ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα και έχει προκύψει με την εφαρμογή του κανόνα του Lenz. Για τις δυνάμεις :

Βάρος: $w = mg = 4N$ με φορά προς τα κάτω

Τριβή: $T = 2N$ με φορά προς τα πάνω.

Δύναμη Laplace: $F_{L0} = B \cdot I_0 \cdot L = B \cdot \frac{E_{επ(0)}}{R_{ολ}} \cdot L = B \cdot \left(\frac{B \cdot u_0 \cdot L}{R + R_1} \right) \cdot L = \frac{B^2 \cdot u_0 \cdot L^2}{R + R_1} = 10N$

με φορά προς τα πάνω.

$\Sigma F = (\downarrow +) = mg - T - F_{L0} = 4 - 2 - 10 = -8N < 0$

Επειδή η ΣF είναι αρνητική ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να εκτελεί επιβραδυνομένη κίνηση μεταβλητής επιβράδυνσης. Καθώς η ταχύτητα του αγωγού σταδιακά μειώνεται $\rightarrow$

μειώνεται η τάση από επαγωγή $B\cdot u\cdot L$ στα άκρα του $\rightarrow$ μειώνεται το επαγωγικό ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα $\rightarrow$ μειώνεται η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός $\rightarrow$ μειώνεται η συνισταμένη δύναμη που επιβραδύνει το αγωγό. Οριακή ταχύτητα έχουμε όταν α=0 οπότε :

$$\Sigma F=0 \Leftrightarrow mg-T-F_L=0 \Leftrightarrow F_L=mg-T \Leftrightarrow \frac{B^2\cdot u_{o\rho}\cdot L^2}{R+R_1}=mg-T \Leftrightarrow$$

$$u_{o\rho}=\frac{(mg-T)(R+R_1)}{B^2\cdot L^2} \Leftrightarrow u_{o\rho}=2,5\frac{m}{s}$$

Γ3. Στο χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ο διακόπτης κλείνει μέχρι ο αγωγός ΚΛ να αποκτήσει οριακή ταχύτητα:
Η μείωση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αγωγού ($\Delta U_B<0$) και η μείωση της κινητικής ενέργειας του αγωγού ($\Delta K<0$) γίνονται,
α) μέσω του έργου της δύναμης Laplace ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα. Η ενέργεια αυτή γίνεται τελικά θερμότητα στις αντιστάσεις λόγω φαινομένου Joule.
β) μέσω του έργου της τριβής θερμότητα λόγω τριβών.

Γ4. Ο ρυθμός αυτός είναι αρνητικός γιατί η ράβδος κατεβαίνει και μειώνει την δυναμική της ενέργεια. Εκείνη τη χρονική στιγμή:

$$\frac{dU}{dt}=-mg\cdot u_y=-mg\cdot\frac{u_{o\rho}}{2}=-4\cdot\frac{2,5}{2}=-5\frac{J}{s}$$

Γ5. Από τον τύπο του Newman μπορούμε να υπολογίσουμε την κατακόρυφη μετατόπιση x του αγωγού μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα.

$$\Delta q=\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}}=\frac{B\cdot\Delta S}{R_{o\lambda}}=\frac{B\cdot(L\cdot x)}{R_{o\lambda}} \Leftrightarrow x=\frac{\Delta q\cdot R_{o\lambda}}{B\cdot L} \Leftrightarrow x=8m$$

Για τις δυνάμεις που δέχεται ο αγωγός:

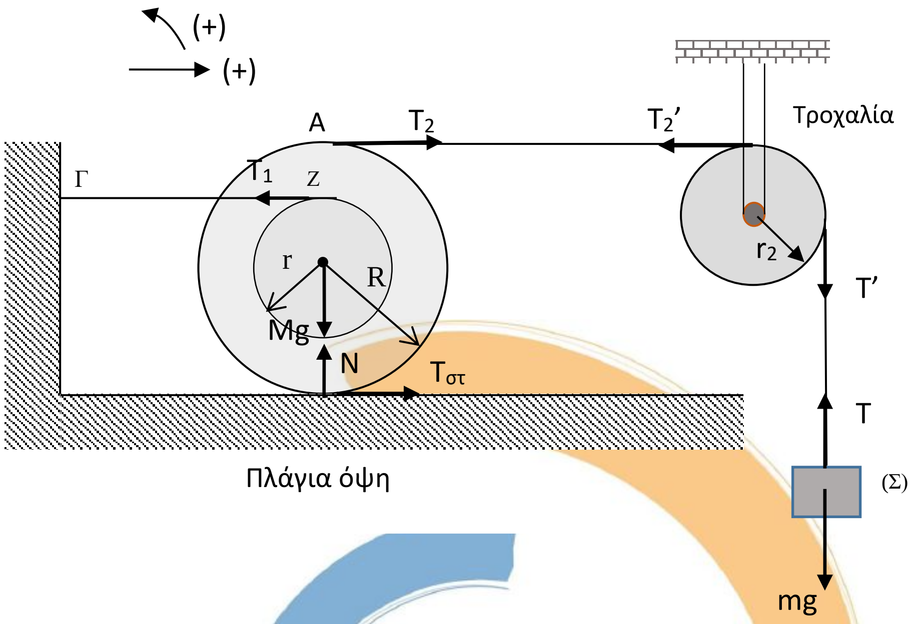
$$W_B=mg\cdot x=4\cdot 8=32J$$

$$W_T=-T\cdot x=-2\cdot 8=-16J$$

Το έργο της δύναμης Laplace προκύπτει με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για την κίνηση της ράβδου από το κλείσιμο του διακόπτη μέχρι αυτή να αποκτήσει οριακή ταχύτητα.

$$W_B+W_T+W_{FL}=\frac{1}{2}mu_{o\rho}^2-\frac{1}{2}mu_0^2 \Leftrightarrow 32-16+W_{FL}=1,25-20 \Leftrightarrow W_{FL}=-34,75J$$

ΘΕΜΑ Δ



Πλάγια όψη

Δ1. Έχουμε διαδοχικά:

α) Ισορροπία σώματος (Σ) : $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow mg - T = 0 \Leftrightarrow T = mg \Leftrightarrow T = 60N$ (1)

β) Ισορροπία αβαρούς τροχαλίας : $\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow T_2{}'\cdot r_2 - T'\cdot r_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 = T = 60N$ (2)

γ) Μεταφορική ισορροπία τροχού- άξονας x:

$T_2 + T_{\sigma\tau} - T_1 = 0 \Leftrightarrow T_1 = 60 + T_{\sigma\tau}$ (3)

δ) Στροφική ισορροπία τροχού:

$$\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow T_1 \cdot \frac{R}{2} + T_{\sigma\tau} \cdot R - T_2 \cdot R = 0 \Leftrightarrow 60 = \frac{T_1}{2} + T_{\sigma\tau} \quad (4)$$

Λύνοντας το σύστημα των (3) και (4) :

$T_1 = 60 + 60 - \frac{T_1}{2} \Leftrightarrow 1{,}5T_1 = 120 \Leftrightarrow T_1 = 80N \Leftrightarrow \boxed{T_1 = 80N}$ οπότε από την (3) $\boxed{T_{\sigma\tau} = 20\mathrm{N}}$.

Δ2. Ανάλυση επιταχύνσεων

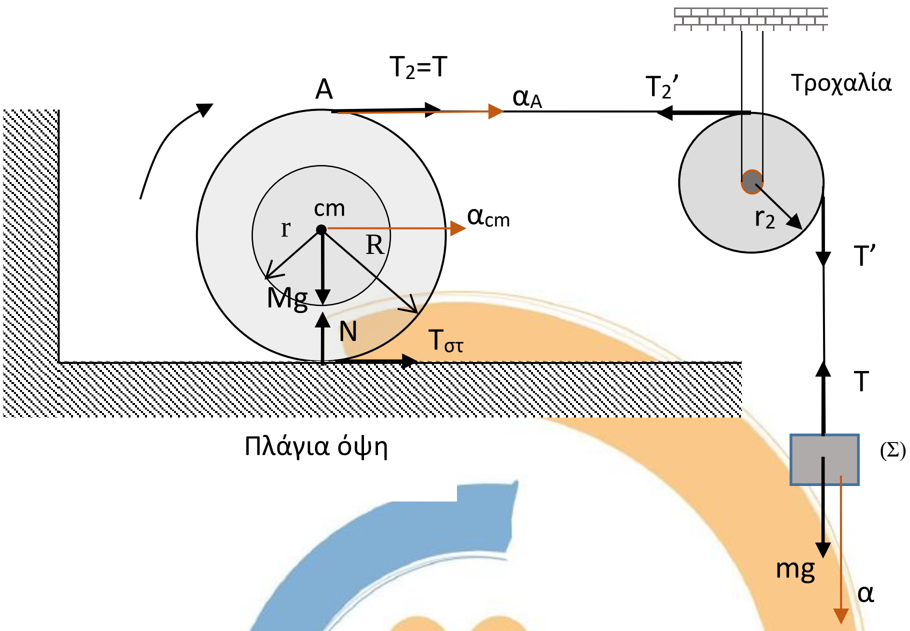
α) Το σώμα (Σ) έχει επιτάχυνση μέτρου α.

β) Οποιοδήποτε σημείο του σχοινιού το οποίο περνά από την τροχαλία και καταλήγει στο ανώτερο σημείο Α του τροχού έχει κατά μέτρο την ίδια επιτάχυνση μέτρου α. Δηλαδή η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Α είναι : $\alpha_{\varepsilon\varphi\mathrm{A}} = \alpha$

γ) Από την αρχή της επαλληλίας για την συνθέτη κίνηση που εκτελεί ο τροχός η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου Α είναι : $\alpha_{\varepsilon\varphi\mathrm{A}} = 2\alpha_{cm}$

Από τις δυο παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι : $\alpha_{cm} = \dfrac{\alpha}{2}$.

δ) Επειδή ο τροχός εκτελεί ΚΧΟ: $\alpha_{cm} = \dfrac{\alpha}{2} = \alpha_{\gamma} \cdot R \Leftrightarrow \alpha_{\gamma} = \dfrac{\alpha}{2R}$



Για την επιτάχυνση του σώματος (Σ) έχουμε :

α) Μεταφορική κίνηση σώματος Σ : $\Sigma F = ma \Leftrightarrow mg - T = ma$ (5)

β) Μεταφορική κίνηση τροχού: $\Sigma F_x = Ma_{cm} \Leftrightarrow T + T_{\sigma\tau} = \mathrm{M}\dfrac{a}{2}$ (6)

γ) Στροφική κίνηση τροχού:

$$\Sigma\tau = I_{cm} \cdot a_{\gamma} \Leftrightarrow TR - T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{a}{2R} \Leftrightarrow T - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{4}Ma \quad (7)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (5), (6) ,(7):

$$mg - T + T + T_{\sigma\tau} + T - T_{\sigma\tau} = ma + \frac{1}{2}Ma + \frac{1}{2}Ma \Leftrightarrow mg + T = (m + \frac{M}{2} + \frac{M}{4})a \quad (8)$$

Η σχέση (8) με την προσθήκη της (5) :

$$mg + mg - ma = (m + \frac{M}{2} + \frac{M}{4})a \Leftrightarrow a = \frac{2mg}{2m + \frac{3M}{4}}$$

Με αντικατάσταση: $a = \dfrac{120}{12+3} \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 8\dfrac{m}{s^2}}$

Δ3. Έστω ω_1 η γωνιακή ταχύτητα του τροχού εκείνη τη χρονική στιγμή $t=t_1$.

Η στροφορμή του τροχού είναι $L = I_{cm} \cdot \omega_1 = \dfrac{1}{2}MR^2 \cdot \omega_1$

α) Για το σημείο Α : $u_A = u_1 = 16\dfrac{m}{s}$

β) Για το κέντρο μάζας του τροχού από την αρχή της επαλληλίας : $u_{cm} = \dfrac{u_A}{2} = 8\dfrac{m}{s}$

γ) Για την γωνιακή ταχύτητα του τροχού ω_1:

$$u_{cm} = \omega_1 \cdot R \Leftrightarrow 8 = \omega_1 \cdot 0,5 \Leftrightarrow \omega_1 = 16 rad / s .$$

Από την αρχική σχέση : $L = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega_1 = 8 kg \frac{m^2}{s}$

Δ4. Από το έργο του βάρους του σώματος (Σ) mgh γίνεται μεταφορική κινητική ενέργεια του τροχού η ποσότητα $\frac{1}{2} Mu_{cm}^2$.

Από έργο βάρους ίσο με 100J γίνεται μεταφορική κινητική ενέργεια του τροχού xJ. Από τις παραπάνω προτάσεις το ζητούμενο ποσοστό είναι :

$$\Pi\% = \frac{\frac{1}{2} Mu_{cm}^2}{mgh} 100\% \quad (\text{I})$$

Αλλά : $mgh = mg\left(\frac{1}{2}\alpha t^2\right) = \frac{1}{2} mg\alpha t^2$

και επίσης: $\frac{1}{2} Mu_{cm}^2 = \frac{1}{2} M\left(a_{cm} \cdot t\right)^2 = \frac{1}{2} M\left(\frac{a}{2} \cdot t\right)^2 = \frac{1}{8} Ma^2 t^2$

Με αντικατάσταση στην (I) :

$$\Pi\% = \frac{\frac{1}{8} Ma^2 t^2}{\frac{1}{2} mg\alpha t^2} 100\% = \frac{Ma}{4mg} 100\% = \frac{40}{3}\%$$