

**ΤΑΞΗ:** Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΤΖΕΝΗ ΜΠΕΝΕΚΗ

### **ΘΕΜΑ Α**

**A1.** «Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη του πλευρά και ίσο με το μισό της».  
Να αποδείξετε το παραπάνω θεώρημα.

(Μονάδες 8)

**A2.** Με ποιους τρόπους μπορούμε να αποδείξουμε ότι ένα **τετράπλευρο** είναι ισοσκελές τραπέζιο;

(Μονάδες 4)

**A3.** Σε κάθε ένα από τα παρακάτω ζεύγη σχημάτων, να γράψετε δύο διαφορές σε σχέση με τις ιδιότητες τους (πλευρές, γωνίες, διαγώνιες)

- α) παραλληλόγραμμο - ρόμβος  
β) ορθογώνιο παραλληλόγραμμο - τετράγωνο

(Μονάδες 4)

**A4.** Χαρακτηρίστε κάθε μια τις παρακάτω προτάσεις ως **σωστή (Σ)** ή **λανθασμένη (Λ)**.

- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία και μία γωνία τους ίση, είναι ίσα.  
β) Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ισούται με 2 ορθές.  
γ) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους και η διακεντρική ευθεία διχοτομεί την γωνία που αυτά σχηματίζουν.  
δ) Αν  $\sigma'$  ένα ορθογώνιο τρίγωνο η μία γωνία του είναι  $60^\circ$ , τότε η προσκείμενη κάθετη πλευρά αυτής ισούται με το μισό της υποτεινούσας.  
ε) Σ' ένα κύκλο (Ο,ρ) κάθε εγγεγραμμένη γωνία του ισούται με το διπλάσιο της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο.

(Μονάδες 5)

**A5.** Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

- α) Η διάμεσος ενός τραπεζίου είναι ..... προς τις βάσεις του και ισούται με το ..... αυτών.  
β) Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτεινούσα ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με .....  
γ) Η παράλληλη από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου προς μια άλλη του πλευρά, διέρχεται από το ..... της τρίτης πλευράς.  
δ) Σ' ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, δύο απέναντι πλευρές του είναι ..... και .....

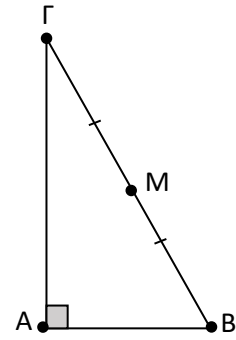
(Μονάδες 4)

**ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)**

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με  $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$

και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ .

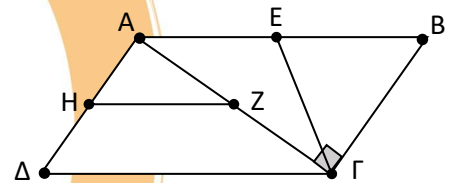
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $B$  και  $\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
(Μονάδες 8)
- β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AM\Gamma$  είναι ισοσκελές.  
(Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε τη γωνία  $AM\Gamma$ .  
(Μονάδες 9)



**ΘΕΜΑ Γ (Τράπεζα Θεμάτων)**

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  τέτοιο, ώστε η διαγώνιος του  $A\Gamma$  να είναι κάθετη στη  $B\Gamma$ . Θεωρούμε τα μέσα  $E, Z$  και  $H$  των  $AB, A\Gamma$  και  $A\Delta$  αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι:
  - i)  $\Gamma E = ZH$   
(Μονάδες 9)
  - ii) Η  $\Gamma A$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\Delta\Gamma E$ .  
(Μονάδες 9)
- β) Αν  $\Delta H = \frac{AB}{4}$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $B\Gamma E$  είναι ισόπλευρο.  
(Μονάδες 7)



**ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα Θεμάτων)**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ . Από το μέσο  $\Delta$  της πλευράς  $B\Gamma$  φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά  $A\Gamma$  που τέμνει την πλευρά  $AB$  στο σημείο  $E$ .

Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι  $\hat{E}\Delta\Gamma = 120^\circ$ , τότε:

- α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας  $\Delta\Gamma A$ .  
(Μονάδες 5)
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$  είναι ισόπλευρο.  
(Μονάδες 8)
- γ) Προεκτείνουμε την πλευρά  $A\Gamma$  προς το  $\Gamma$  κατά τμήμα  $\Gamma Z = A\Gamma$  και την πλευρά  $B\Gamma$  προς το  $\Gamma$  κατά τμήμα  $\Gamma H = \frac{B\Gamma}{2}$ .  
Να αποδείξετε ότι  $\hat{A}H Z = 90^\circ$ .  
(Μονάδες 12)

