ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΤΖΕΝΗ ΜΠΕΝΕΚΗ

ΘΕΜΑ Α

Α1. ΘΕΩΡΗΜΑ Ι, σχολ. βιβλίο (σελ. 109-110)

Α2. Αρκεί να αποδείξουμε πρώτα ότι είναι τραπέζιο και επιπλέον ένα από τα παρακάτω:

- οι μη παράλληλες πλευρές του είναι ίσες.
- οι γωνίες που πρόσκεινται σε μία βάση του είναι ίσες.
- οι διαγώνιοί του είναι ίσες.
-

Α3. α)
- Στο ρόμβο οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα ενώ στο παραλληλόγραμμο όχι.
- Στο ρόμβο όλες οι πλευρές του είναι ίσες, ενώ στο παραλληλόγραμμο μόνο οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.
- Στο ρόμβο οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες του, ενώ στο παραλληλόγραμμο όχι.

β)
- Στο ορθογώνιο οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες, ενώ στο τετράγωνο είναι όλες ίσες.
- Στο τετράγωνο οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα, ενώ στο ορθογώνιο όχι.
- Στο τετράγωνο οι διαγώνιες διχοτομούν τις γωνίες του ενώ στο ορθογώνιο όχι.

Α4. α) Λ, **β)** Σ, **γ)** Σ, **δ)** Σ, **ε)** Λ

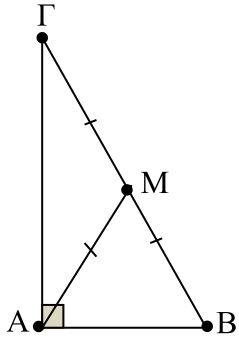
Α5. α) παράλληλη, ημιάθροισμα
β) το μισό αυτής
γ) μέσο
δ) ίσες, παράλληλες

ΘΕΜΑ Β

α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}=180^\circ \Leftrightarrow 90^\circ+2\hat{\Gamma}+\hat{\Gamma}=180^\circ \Leftrightarrow 3\hat{\Gamma}=90^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma}=30^\circ$

και $\hat{B}=60^\circ$.



β) Το ΑΜ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, οπότε $AM=\frac{B\Gamma}{2}$. Όμως και $M\Gamma=\frac{B\Gamma}{2}$, άρα ΑΜ=ΜΓ, οπότε το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές.

γ) Επειδή το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΓ, είναι $\Gamma\hat{A}M=\hat{\Gamma}=30^\circ$.

Στο τρίγωνο ΑΜΓ είναι

$\Gamma A M + \Gamma + A M \Gamma = 180^\circ \Leftrightarrow 30^\circ + 30^\circ + AM\Gamma = 180^\circ \Leftrightarrow AM\Gamma = 120^\circ$

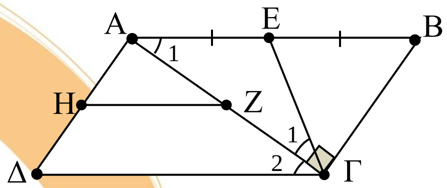
<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

α) i. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΒ η ΓΕ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του, οπότε $\Gamma E = \dfrac{AB}{2}$ (1).

Στο τρίγωνο ΑΔΓ τα Η, Ζ είναι μέσα δύο πλευρών του οπότε $HZ = \dfrac{\Gamma\Delta}{2}$ (2).

Επειδή οι ΑΒ, ΓΔ είναι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ, είναι ίσες, οπότε από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι ΓΕ = ΖΗ.

ii. Είναι $\Gamma E = AE = \dfrac{AB}{2}$, οπότε το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΑΓ και $A_1 = \Gamma_1$ (3) γιατί βρίσκονται στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου.



Είναι $A_1 = \Gamma_2$ (4) ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΑΓ.

Από τις σχέσεις (3), (4) προκύπτει ότι $\Gamma_1 = \Gamma_2$, οπότε η ΓΑ είναι διχοτόμος της γωνίας ΔΓΕ.

β) Στο τρίγωνο ΑΒΓ, $\Gamma E = \dfrac{AB}{2} = EB \Rightarrow \Gamma E = EB$ (5).

Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, $B\Gamma = A\Delta \overset{H\ \textit{μέσο}}{=} 2\Delta H \overset{\textit{υπόθεση}}{=} 2\cdot\dfrac{AB}{4} = \dfrac{AB}{2} \overset{E\ \textit{μέσο}}{=} EB$

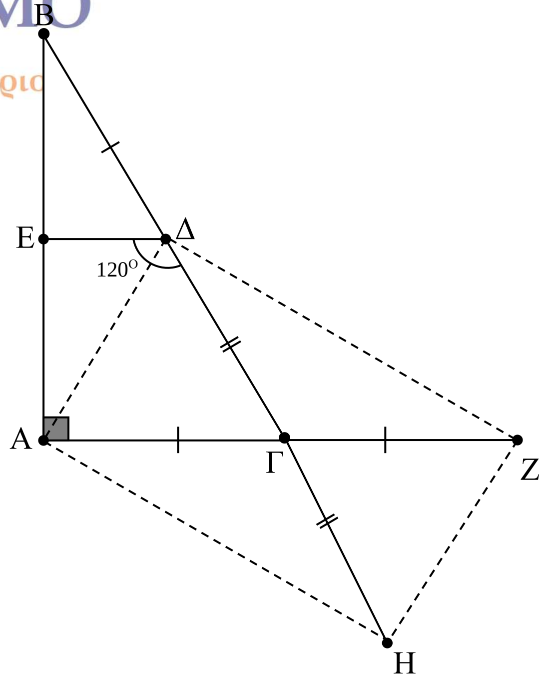
Άρα ΒΓ = ΕΒ (6)

Από τις σχέσεις (5), (6) ΓΕ=ΕΒ=ΒΓ, άρα το τρίγωνο ΒΓΕ είναι ισόπλευρο.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ το σημείο Δ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ και ΔΕ//ΑΓ άρα το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ. Οι γωνίες ΕΔΓ και ΔΓΑ είναι εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΕΔ και ΑΓ που τέμνονται από την ΓΔ, συνεπώς είναι παραπληρωματικές άρα $E\Delta\Gamma + \Delta\Gamma A = 180^\circ \Leftrightarrow 120^\circ + \Delta\Gamma A = 180^\circ \Leftrightarrow \Delta\Gamma A = 60^\circ$

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $A\Delta = \dfrac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow A\Delta = \Delta\Gamma$ οπότε το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισοσκελές με γωνία $\Delta\Gamma A = 60^\circ$ οπότε είναι ισόπλευρο.



γ) Από την κατασκευή των ΓΖ, ΓΗ το Γ είναι μέσο των ΑΖ, ΔΗ αντίστοιχα, οι οποίες είναι διαγώνιες του τετραπλεύρου ΑΔΖΗ.
Επομένως το ΑΔΖΗ είναι παραλληλόγραμμο.
Επίσης ΑΖ=2ΑΓ=2ΔΓ=ΔΗ οπότε το παραλληλόγραμμο ΑΖΔΗ είναι ορθογώνιο αφού έχει ίσες διαγώνιες. Άρα $AHZ = 90^\circ$.