

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

α) Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

- Ισχύει ότι $\sqrt{x^2} = x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Αν $\alpha, \beta > 0$ και ν θετικός ακέραιος, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu = \beta^\nu$.
- Οι αριθμοί $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με λόγο $\lambda = 2$.
- Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{2x-6}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο $A = [3, +\infty)$.
- Αν θεωρήσουμε δύο αριθμούς α και β που παριστάνονται πάνω στον άξονα με τα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε το μήκος (AB) είναι: $(AB) = d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$.

Μονάδες 10

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, \Delta > 0$), να αποδείξετε ότι το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών είναι αντίστοιχα $S = -\frac{b}{a}$ και $P = \frac{c}{a}$.

Μονάδες 10

γ) Να γράψετε τον τύπο που μας δίνει:

- Τον ν -οστό όρο αριθμητικής προόδου με διαφορά ω και αρχικό όρο α_1 .
- Τον ν -οστό όρο γεωμετρικής προόδου με λόγο $\lambda \neq 0$ και αρχικό όρο $\alpha_1 \neq 0$.
- Τον αριθμητικό μέσο των αριθμών α και β .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β (Τράπεζα Θεμάτων)

α) Να λύσετε τις ανισώσεις: $|2x-5| \leq 3$ και $2x^2 - x - 1 \geq 0$.

Μονάδες 15

β) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

Μονάδες 7

β) Να δείξετε ότι για κάθε $x \in A$ ισχύει ότι $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 2}$.

Μονάδες 7

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2$.

Μονάδες 7

δ) Να δείξετε ότι $f(f(1)) = 0$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται η εξίσωση: $(x - 2)^2 = \lambda(4x - 3)$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να γράψετε την εξίσωση στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 10

γ) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, στην περίπτωση που έχει ρίζες πραγματικές και άνισες, τότε:

i) να υπολογίσετε τα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$.

ii) να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3)(4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερή.

Μονάδες 10

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΑΡΕΤΟΛΟΜΟ

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος