



ΚΥΡΙΑΚΗ 17 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2022

**ΤΑΞΗ:** Γ' ΕΠΑΛ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

**Υπεύθυνος Καθηγητής:** ΣΤΑΘΗΣ ΗΛΙΟΠΟΥΛΟΣ

### **ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζουμε καμπύλη συχνοτήτων; Δώστε τον ορισμό και ονομάστε δύο διαφορετικές καμπύλες συχνοτήτων.

**Μονάδες 5**

**A2.** Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ . Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών  $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, \dots, t_n - \bar{x}$  είναι ίσος με μηδέν.

**Μονάδες 6**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ).

**α.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ , τότε η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

**β.** Αν  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  και  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+x_0) - f(x_0)}{h} = l \in \mathbb{R}$  τότε  $f'(x_0) = l$ .

**γ.** Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων μιας κατανομής είναι ίσο με 1, δηλαδή  $v_1 + v_2 + \dots + v_k = 1$ .

**δ.** Ο αριθμός των απουσιών των μαθητών της Γ' Λυκείου είναι ποσοτική διακριτή μεταβλητή.

**ε.** Οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης ενός δείγματος μπορούν να αντιπροσωπευθούν από τις κεντρικές τιμές τους.

**Μονάδες 10**

**A4.** Να συμπληρώσετε τους παρακάτω κανόνες παραγωγίσισης:

**α.** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $x_0$  και  $g(x_0) \neq 0$ , τότε η συνάρτηση

$\frac{f}{g}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$  και ισχύει  $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots$

**β.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη και  $c \in \mathbb{R}$ , τότε  $(c \cdot f(x))' = \dots$

**Μονάδες 4**

## Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Βρείτε την παράγωγο της  $f(x)$ .

**Μονάδες 5**

**B2.** Μελετήστε την συνάρτηση  $f(x)$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα της.

**Μονάδες 9**

**B3.** Δείξτε ότι  $f(x) \geq 1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 6**

**B4.** Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f(2021)$ ,  $f(2022)$ .

**Μονάδες 5**

## Θέμα Γ

Η βαθμολογία των φοιτητών του τμήματος Μηχανολογίας σε κάποια γραπτή εξέταση δίνεται στον διπλανό πίνακα:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ $x_i$	$f_i$ %
3	20
4	15
5	30
6	10
7	20
9	5

**Γ1.** Να υπολογίσετε τη μέση βαθμολογία.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τις γωνίες  $M_i$  που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή  $x_i$  στο κυκλικό διάγραμμα

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Αν 12 φοιτητές του τμήματος είχαν βαθμολογία ίση με 5, να βρείτε το σύνολο των φοιτητών.

**Μονάδες 7**

**Γ4.** Πόσοι φοιτητές έγραψαν κάτω από 6;

**Μονάδες 5**

## Θέμα Δ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 - 21x + 45}{x - 3}, & x \neq 3 \\ 16s - 2\bar{x}, & x = 3 \end{cases}$ , όπου  $\bar{x} \neq 0$  η μέση τιμή

και  $s$  η τυπική απόκλιση, των παρατηρήσεων  $t_1, t_2, \dots, t_n$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ . Δίνεται επιπλέον ότι το σημείο  $M(4, 3s)$  ανήκει στην γραφική παράσταση της  $f$ .

**Δ1.** Δείξτε ότι αφού η συνάρτηση  $f(x)$  είναι συνεχής, ισχύει:  $16s - 2\bar{x} = 0$

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Αποδείξτε ότι  $s = 3$  και  $\bar{x} = 24$  .

**Μονάδες 10**

**Δ3.** Αν θεωρήσουμε ότι έχουμε κανονική ή περίπου κανονική κατανομή και ότι 5 παρατηρήσεις έχουν τιμή μικρότερη από 18, να υπολογίσετε:

i) Το μέγεθος του δείγματος  $n$ .

**Μονάδες 5**

ii) Το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα  $(21,30)$ .

**Μονάδες 5**

**Ευχόμαστε επιτυχία**