

**ΤΑΞΗ:** Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**Επιμέλεια διαγωνίσματος:** ΑΝΔΡΕΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**A.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης ενός κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων, σε σημείο του  $A(x_1, y_1)$ , είναι η:  $x_1x + y_1y = \rho^2$ , όπου  $\rho$  είναι η ακτίνα του κύκλου.

(Μονάδες 7)

**B.** Να διατυπώσετε τον ορισμό της παραβολής.

(Μονάδες 4)

**Γ.** Ποιες ελλείψεις ονομάζονται όμοιες;

(Μονάδες 4)

**Δ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν σημειώνοντας στο γραπτό σας την ένδειξη **Σωστό** ή την ένδειξη **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Ο κύκλος  $x^2 + y^2 = 4$  και η ευθεία  $x = 2$  εφάπτονται.

2. Οι εστίες της έλλειψης με εξίσωση  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  είναι οι  $E'(-4, 0)$  και  $E(4, 0)$ .

3. Η διευθετούσα της παραβολής με εξίσωση  $x^2 = 8y$  είναι η ευθεία  $y = 2$ .

4. Η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  παριστάνει κύκλο υπό την προϋπόθεση ότι  $A^2 + B^2 - 4\Gamma \geq 0$ .

5. Οι ασύμπτωτες της υπερβολής με εξίσωση  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  είναι οι ευθείες  $y = -\frac{b}{a}x$

και  $y = \frac{b}{a}x$ .

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Β** (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές  $A(1, 7)$ ,  $B(-1, 5)$  και  $\Gamma(3, 3)$ .

**α)** Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 13)

**β)** Αν Μ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ, τότε να υπολογίσετε:

**i)** Τις συντεταγμένες του Μ.

**ii)** Την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ.

(Μονάδες 12)

### **ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η παραβολή  $C : y^2 = 4x$ .

α) Να βρείτε την εστία και την διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής στο σημείο της  $A(4,4)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης, της οποίας η μία εστία συμπίπτει με την εστία της παραβολής και έχει εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{1}{3}$ .

(Μονάδες 9)

### **ΘΕΜΑ Δ** (Τράπεζα Θεμάτων)

Δίνεται ο κύκλος  $C : (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$  και η ευθεία  $\varepsilon : 2x + y + 5 = 0$ .

α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου  $C$ .

(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος  $C$  και η ευθεία ( $\varepsilon$ ) δεν έχουν κοινά σημεία.

(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ευθείες  $(\eta_1), (\eta_2)$  που είναι παράλληλες στην ευθεία ( $\varepsilon$ ) και εφάπτονται του κύκλου  $C$  και να βρείτε τις εξισώσεις τους.

(Μονάδες 7)

δ) Να βρείτε την μεσοπαράλληλη των ευθειών  $(\eta_1), (\eta_2)$ .

(Μονάδες 6)

**ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!!**

**ΑΡΕΙΤΟΛΜΟ**

Δάφνη - Αγ. Δημήτριος