KΥΡΙΑΚΗ 20 ΜΑΡΤΙΟΥ 2022

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΑΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Ι. A1. A $\rightarrow$ Από την ισορροπία του εμβόλου

$F_{υγρου} = F_{atm} + F \Leftrightarrow \frac{F_{υγρου}}{A} = \frac{F_{atm}}{A} + \frac{F}{A} \Leftrightarrow \ p_{Λ} = p_{atm} + \frac{F}{A}$ οπού Λ το σημείο ακριβώς πίσω από το έμβολο. Το σημείο Ζ είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο Λ οπότε $p_{Λ} = p_{Z}$

A2. B $\rightarrow$ Στην ΚΧΟ $\Delta x_{cm} = \Delta S$, εδώ ΔS=2πR

A3. Γ $\rightarrow$ Η γωνιακή επιτάχυνση αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο οπότε η κίνηση είναι στροφική επιταχυνόμενη με γωνιακή ταχύτητα που αυξάνεται όλο και πιο γρηγορά.

A4. Γ $\rightarrow$ Από την εξίσωση της συνέχειας.

ΙΙ. 1. Λ Εξαρτάται από την απόσταση του σημείου από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

2.Λ Από θεώρημα Torricelli είναι $u = \sqrt{2gh}$.

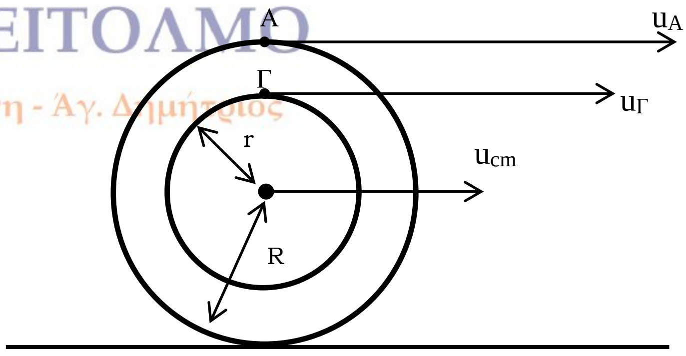
3.Λ Η ροπή της είναι ίση με το μηδέν.

4.Λ Την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

5.Λ Αυτό ισχύει μόνο σε μια επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η γ)



Επειδή το στερεό κυλίεται στους εξωτερικούς κυλίνδρους ακτίνας R τότε $u_{cm} = \omega \cdot R$.

Το σημείο Α :

Έχει ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης $u_{cm} = \omega \cdot R$.

Έχει ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης $u_{γρ(Α)} = \omega \cdot R$.

Οι ταχύτητες αυτές είναι ομόρροπες οπότε η συνολική ταχύτητα του σημείου Α είναι $u_{Α} = 2\omega \cdot R$ (1).

Το σημείο Γ:

Έχει ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης $u_{cm} = \omega \cdot R$.

Έχει ταχύτητα λόγω στροφικής κίνησης $u_{\gamma\rho(\Gamma)} = \omega \cdot r$.

Οι ταχύτητες αυτές είναι ομόρροπες οπότε η συνολική ταχύτητα του σημείου Γ είναι $u_\Gamma = \omega \cdot R + \omega \cdot r = \omega(\mathrm{R}+\mathrm{r})$ (2).

Από τις (1) και (2) : $\dfrac{u_A}{u_\Gamma} = \dfrac{2\omega \cdot R}{\omega(R+r)} = \dfrac{2R}{R+r}$

Β2. Σωστή η α)

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli σε ένα σημείο Ε της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού και σε ένα σημείο Κ μπροστά ακριβώς από την εξερχόμενη ποσότητα υγρού στο κλειστό δοχείο. Τα σημεία Ε και Κ ανήκουν στην ιδιά ρευματική γραμμή. Επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας επιλέγουμε αυτό στο οποίο ανήκει ο μικρός σωλήνας

$$p_E + \rho g \cdot y_E + \frac{1}{2}\rho \cdot u_E^2 = p_k + \rho g \cdot y_k + \frac{1}{2}\rho \cdot u_k^2 \Leftrightarrow$$

$$p_{atm} + \rho g \cdot h + 0 = \frac{p_{atm}}{2} + 0 + \frac{1}{2}\rho \cdot u_k^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{p_{atm}}{2} + \rho g \cdot h = \frac{1}{2}\rho \cdot u_k^2 \Leftrightarrow \frac{p_{atm}}{\rho} + 2g \cdot h = u_k^2 \Leftrightarrow u_k = \sqrt{2g \cdot h + \frac{p_{atm}}{\rho}}$$

Β3. Σωστή η α)

Ο ρυθμός ροής μάζας που επιβάλει με την λειτουργεία της η αντλία είναι

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{dm}{dt} = \frac{3000kg}{1200s} = 2{,}5\frac{kg}{s}$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για μια στοιχειώδη ποσότητα υγρού από τη θέση (Ι) που ηρεμεί στο υπόγειο, στη θέση (ΙΙ) που εξέρχεται με ταχύτητα u από τον σωλήνα της αντλίας.

$$W_{AN} + W_B = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow W_{AN} - dm \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}dm \cdot u^2 - 0 \Leftrightarrow$$

$$W_{AN} = dm \cdot g \cdot h + \frac{1}{2}dm \cdot u^2 (1)$$

Από τον ρυθμό μεταβολής της σχέσης (1) ως προς το χρόνο προκύπτει η ισχύς της αντλίας: $\dfrac{dW_{AN}}{dt} = \dfrac{dm}{dt} \cdot g \cdot h + \dfrac{1}{2}\dfrac{dm}{dt} \cdot u^2 \Leftrightarrow P_{AN} = \dfrac{dm}{dt}\left(g \cdot h + \dfrac{u^2}{2}\right)$ (2)

Με αντικατάσταση : $P_{AN} = 2{,}5\left(62 + \dfrac{36}{2}\right) \Leftrightarrow P_{AN} = 200W$

Β4. Σωστή η β)

Σύμφωνα με το θεώρημα του Torricelli, η φλέβα νερού εξέρχεται από την οπή με ταχύτητα μέτρου $u_0 = \sqrt{2gh}$ (1).

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας για να υπολογίσουμε την ταχύτητα της φλέβας λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος. Εναλλακτικά μπορούμε να εφαρμόσουμε και ΑΔΜΕ και εξίσωση Bernoulli.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}mu_0^2 = mg(H-h) \Leftrightarrow$$

$$u^2 - u_0^2 = 2g(H-h)$$

Με τη χρήση της (1) : $u^2 - 2gh = 2gH - 2gh \Leftrightarrow u = \sqrt{2gH}$ (2)

Σύμφωνα με την αρχή της συνέχειας:

$$\Pi = \sigma\tau\alpha\theta \Leftrightarrow A_0 \cdot u_0 = A \cdot u \Leftrightarrow A_0 \cdot \sqrt{2gh} = A \cdot \sqrt{2gH} \Leftrightarrow A = A_0\sqrt{\frac{h}{H}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω t_1 η χρονική στιγμή στην οποία η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μηδενίζεται πριν την τελική χρονική στιγμή που είναι η 21s.

Από 0 έως 8s: Η κίνηση είναι ομαλή στροφική κατά τη θετική φορά στροφής.

Από 8s έως t_1: είναι ω>0 και $\alpha_\gamma<0$ οπότε η κίνηση είναι στροφική ομαλά επιβραδυνομένη κατά τη θετική φορά στροφής.

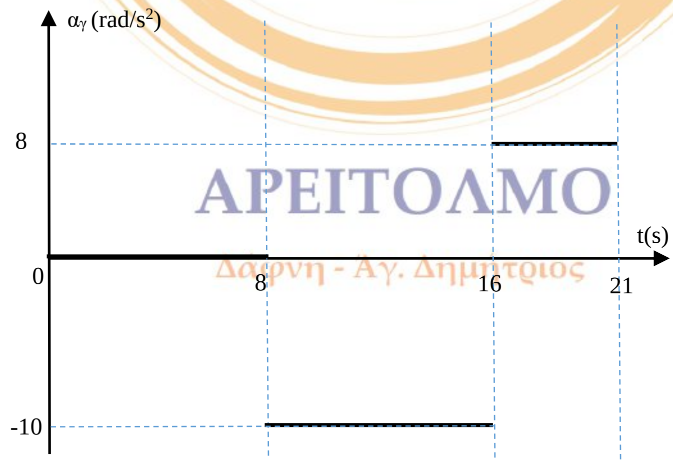
Από t_1 έως 16s: είναι ω<0 και $\alpha_\gamma<0$ οπότε η κίνηση είναι στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κατά την αρνητική φορά στροφής.

Από 16s έως 21s: είναι ω<0 και $\alpha_\gamma>0$ οπότε η κίνηση είναι στροφική ομαλά επιβραδυνόμενη κατά την αρνητική φορά στροφής.

Γ2. Από 0 έως 8s: $\alpha_{\gamma 1} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{40-40}{8-0} = 0$.

Από 8s έως 16s: $\alpha_{\gamma 2} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{-40-40}{16-8} = \dfrac{-80}{8} = -10\dfrac{rad}{s^2}$

Από 16s έως 21s: $\alpha_{\gamma 3} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{0-(-40)}{21-16} = \dfrac{40}{5} = 8\dfrac{rad}{s^2}$



Γ3. Για το χρονικό διάστημα από 8s έως t_1 : $\alpha_{\gamma 2} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} \Leftrightarrow -10 = \dfrac{0-40}{t_1 - 8} \Leftrightarrow t_1 = 12s$

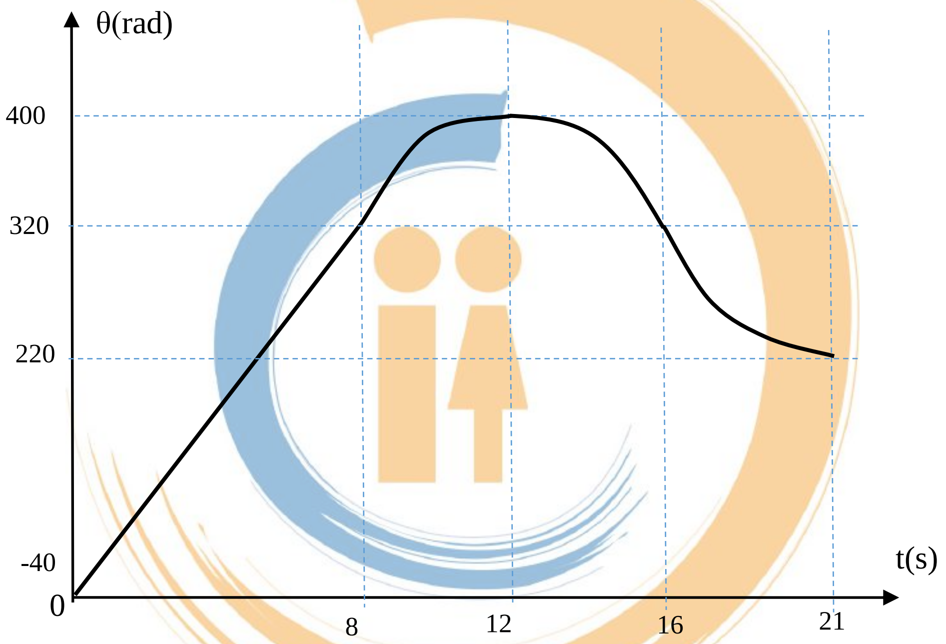
Γ4. Από 0 έως 8s: $\Delta\theta_1 = 8 \cdot 40 = 320 rad$

Από 8s έως 12s: $\Delta\theta_2 = \dfrac{(12-8)\cdot 40}{2} = 80 rad$

Από 12s έως 16s: $\Delta\theta_3 = \dfrac{(16-12)\cdot(-40)}{2} = -80 rad$

Από 16s έως 21s: $\Delta\theta_4 = \dfrac{(21-16)\cdot(-40)}{2} = -100 rad$

Η συνολική γωνία στροφής της ράβδου είναι
$\Delta\theta_{o\lambda} = 320 + 80 - 80 - 100 = 220 rad$.



Γ5. Έστω ω₂ η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη χρονική στιγμή 10s.
Είναι στο χρονικό διάστημα από 8s έως 10s

$$\alpha_{\gamma 2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Leftrightarrow -10 = \frac{\omega_2 - 40}{10-8} \Leftrightarrow \omega_2 = 20 rad/s$$

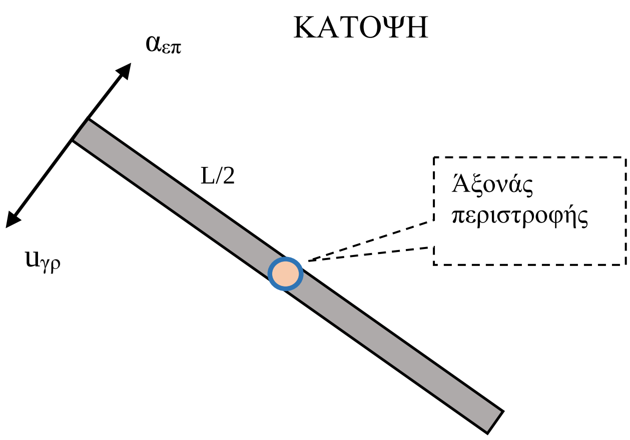
Ένα άκρο της ράβδου απέχει από το κέντρο περιστροφής d=L/2=0,4m. Εκείνη τη στιγμή t_2=10s έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου

$u_{\gamma\rho} = \omega_2 \cdot d = 20 \cdot 0,4 = 8 m/s$ και

επιτρόχιο επιτάχυνση μέτρου :

$\alpha_{\varepsilon\pi} = |\alpha_{\gamma 2}| \cdot d = 10 \cdot 0,4 = 4 m/s^2$.

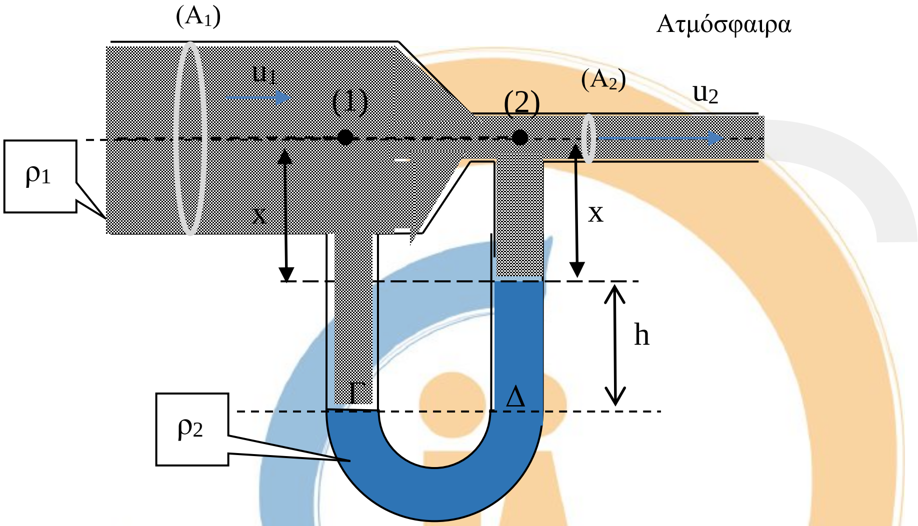
Η ράβδος στο χρονικό διάστημα από 8 έως 12s εκτελεί



επιβραδυνόμενη κίνηση οπότε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της επιτροχίου επιτάχυνσης έχουν αντίθετη φορά για το άκρο της ράβδου όπως φαίνεται στο σχήμα:

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Επιλέγουμε δυο σημεία Γ και Δ του υγρού πυκνότητας ρ_2 που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και φαίνονται στο σχήμα. Από τον νομό της υδροστατικής πίεσης αυτά τα σημεία έχουν την ιδιά πίεση.

Είναι : $p_\Gamma = p_1 + \rho_1 \cdot g \cdot (x+h)$ και $p_\Delta = p_2 + \rho_1 \cdot g \cdot x + \rho_2 \cdot g \cdot h$

Επειδή

$$p_\Gamma = p_\Delta \Leftrightarrow p_1 + \rho_1 \cdot g \cdot (x+h) = p_2 + \rho_1 \cdot g \cdot x + \rho_2 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \rho_2 \cdot g \cdot h - \rho_1 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow$$

$$p_1 - p_2 = (\rho_2 - \rho_1) \cdot g \cdot h \Leftrightarrow p_1 - p_2 = (9000-1000) \cdot 10 \cdot 0{,}8 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = 64000 \frac{N}{m^2}$$

Δ2. Εξίσωση συνέχειας στα σημεία (1) και (2) :

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Leftrightarrow A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Leftrightarrow A_1 \cdot u_1 = \frac{A_1}{3} \cdot u_2 \Leftrightarrow u_2 = 3u_1$$

Εξίσωση Bernoulli στα σημεία (1) και (2) :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 \cdot u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_1 \cdot u_2^2 \Leftrightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_1 \cdot (u_2^2 - u_1^2) \Leftrightarrow$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_1 \cdot (9u_1^2 - u_1^2) \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{4\rho_1}} \Leftrightarrow u_1 = 4m/s$$

Δ3. Η παροχή της διάταξης είναι σταθερή και ίση με

$$\Pi_1 = A_1 \cdot u_1 = 50 \cdot 10^{-4} \cdot 4 = 2 \cdot 10^{-2}\,\frac{m^3}{s}.$$

Ο όγκος του υγρού πυκνότητας ρ_1 που εισέρχεται στο δοχείο προκύπτει από τον τύπο : $\Pi_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta V = \Pi_1 \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta V = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 100 = 2m^3 \Leftrightarrow \Delta V = 2m^3$

Από αυτόν τον όγκο βρίσκουμε το ύψος h του υγρού στο δοχείο:

$\Delta V = \mathrm{A} \cdot h \Leftrightarrow h = 2m$

Η οπή (1) απέχει από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού απόσταση $h - y_1 = 0,2m$

Από το θεώρημα Torricelli η ταχύτητα εκροής του υγρού από την οπή είναι

$u_{01} = \sqrt{2g(h - y_1)} = \sqrt{20 \cdot 0,2} = 2m/s$.

Μια μικρή ποσότητα υγρού που εξέρχεται από την οπή εκτελεί οριζόντια βολή ταχύτητας u_{01} από ύψος y_1

Το βεληνεκές της βολής είναι :

$$S_1 = u_{01} \cdot t_{\Pi 1} = u_{01} \cdot \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{3,6}{10}} = 1,2m \Leftrightarrow S_1 = 1,2m$$

Δ4. Έστω y_2 η απόσταση της οπής (2) από τη βάση του δοχείου η οποία δίνει το ίδιο βεληνεκές με την (1). Η οπή αυτή απέχει απόσταση $h - y_2$ από την ελεύθερη επιφάνεια και μια ποσότητα υγρού εκτελεί οριζόντια βολή από αυτή με ταχύτητα $u_{02} = \sqrt{2g(h - y_2)}$ από ύψος y_2.

Από εκφώνηση:

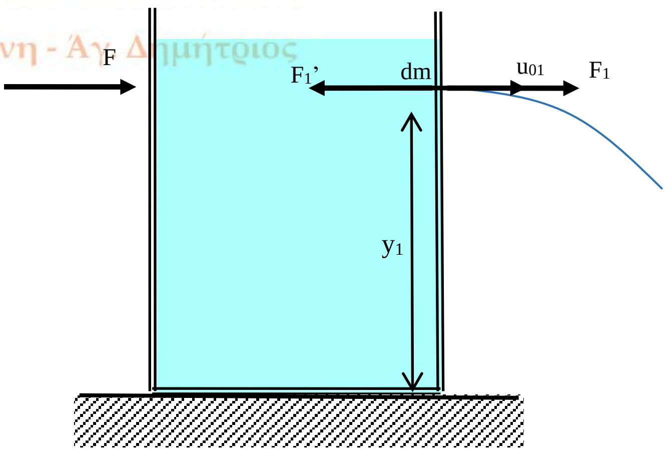
$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow S_1 = u_{02} \cdot t_{\Pi 2} \Leftrightarrow S_1 = \sqrt{2g(h - y_2)} \cdot \sqrt{\frac{2y_2}{g}} \Leftrightarrow$$

$$S_1 = \sqrt{4y_2(h - y_2)} \Leftrightarrow 4y_2^2 - 4y_2 h + S_1^2 \Leftrightarrow 4y_2^2 - 8y_2 + 1,44 = 0 \Leftrightarrow$$

$$y_2^2 - 2y_2 + 0,36 = 0$$

Το τελευταίο τριώνυμο έχει διακρίνουσα Δ= 2,56 , $\sqrt{\Delta} = 1,6$ και ρίζες : $y_2 = 1,8m$ και $y_2 = 0,2m$. Δεκτή λύση είναι η $y_2 = 0,2m$ γιατί η άλλη λύση που βρήκαμε αφορά την οπή (1).

Δ5. Μια μικρή ποσότητα υγρού dm είναι αρχικά ακίνητη πριν εξέλθει από την οπή και σε χρόνο dt εξέρχεται από αυτή με ταχύτητα $u_{01} = 2m/s$. Αυτή η ποσότητα υγρού, επειδή μεταβάλλεται η ορμή της, δέχεται από το περιβάλλον ρευστό δύναμη $F_1 = \frac{dp}{dt}$ προς τα δεξιά όπου $\frac{dp}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της



ορμής της. Από τον νομό δράσης-αντίδρασης αυτή ασκεί στο περιβάλλον ρευστό δύναμη F_1' με φορά προς τα αριστερά που έχει το ίδιο μέτρο με την F_1. Για να μην κινηθεί το δοχείο πρέπει να ασκήσουμε εμείς εξωτερική δύναμη F με φορά προς τα δεξιά που να είναι αντίθετη της F_1'.

Για την δύναμη F_1: $F_1 = \frac{dp}{dt} = \frac{dm \cdot (u_{01} - 0)}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot u_{01}$

Από τον ορισμό της παροχής και της πυκνότητας **:**

$$\Pi_{οπης} = \frac{dV}{dt} = \frac{\frac{dm}{\rho_1}}{dt} = \frac{1}{\rho_1}\frac{dm}{dt} \Leftrightarrow \frac{dm}{dt} = \Pi_{οπης} \cdot \rho_1 = A_{01} \cdot u_{01} \cdot \rho_1$$

Ο συνδυασμός των δυο παραπάνω σχέσεων δίνει :

$F_1 = A_{01} \cdot \rho_1 \cdot u_{01}^2 \Leftrightarrow F_1 = 0,4N$

Τελικά : $F = F_1 = 0,4N$