ΚΥΡΙΑΚΗ 20 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2022

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

α) Σχολικό βιβλίο σελίδα 68 Θεώρημα ΙΙ

β) **i)** κάθετη **ii)** εφαπτόμενων **iii)** οξείες, αμβλείες

γ) **i)** Σ **ii)** Λ **iii)** Σ **iv)** Σ

δ) Σχολικό βιβλίο σελίδα 85

ΘΕΜΑ Β

α) $A\hat{E}Z = \hat{B}$ **(1)** ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των $EZ//B\Gamma$ που τις τέμνει η AB.

Επίσης $A\hat{Z}E = \hat{\Gamma}$ **(2)** ως γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη των $EZ//B\Gamma$ που τις τέμνει η $A\Gamma$.

$\hat{B} = \hat{\Gamma}$ ως γωνίες της βάσης $B\Gamma$ στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$.

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $A\hat{E}Z = A\hat{Z}E$, οπότε το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές με βάση την EZ.

β) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ έχουν:

- $A\Delta$ κοινή πλευρά
- $E\hat{A}\Delta = Z\hat{A}\Delta$, διότι η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$.
- $AE = AZ$, διότι AEZ ισοσκελές τρίγωνο από το (α) ερώτημα.

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.

ΘΕΜΑ Γ

α) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο, οπότε η διχοτόμος BE είναι και ύψος, δηλαδή η BE είναι κάθετη στην $A\Gamma$.

Το τρίγωνο $\Gamma A\Delta$ είναι ορθογώνιο στην κορυφή A, οπότε η $A\Delta$ είναι κάθετη στην $A\Gamma$.

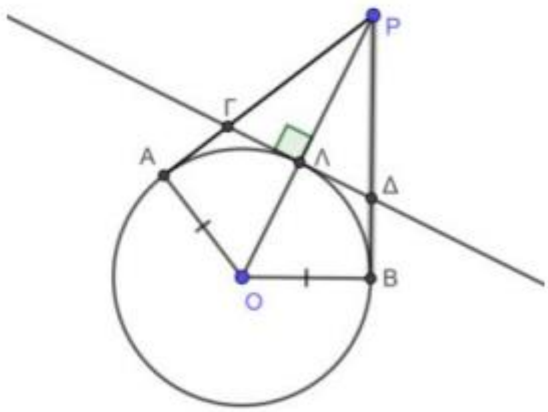
Τα ευθύγραμμα τμήματα BE και $A\Delta$ είναι κάθετα στην $A\Gamma$ οπότε είναι μεταξύ τους παράλληλα.

β) Οι γωνίες $E\hat{B}\Delta$ και $A\hat{\Delta}B$ είναι εντός εναλλάξ των παραλλήλων BE και $A\Delta$ που τέμνονται από την $B\Delta$, άρα είναι ίσες.

γ) Από το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $AB = A\Gamma = B\Gamma$ και από το ισοσκελές τρίγωνο $\Gamma A\Delta$ έχουμε $A\Gamma = A\Delta$, οπότε $AB = A\Delta$, επομένως το τρίγωνο $BA\Delta$ είναι ισοσκελές.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Από τα δεδομένα της άσκησης προκύπτει το ακόλουθο σχήμα:



α) Επειδή τα PA και PB είναι εφαπτόμενα τμήματα, η PO είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{P}B$.
Επειδή η $\Gamma\Delta$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Λ ισχύει ότι $\Gamma\Delta \perp O\Lambda$, οπότε $PO \perp \Gamma\Delta$.
Άρα στο τρίγωνο $P\Gamma\Delta$ το $P\Lambda$ είναι ύψος και διχοτόμος, οπότε είναι ισοσκελές με $P\Gamma = P\Delta$.

β) Επειδή τα PA και PB είναι εφαπτόμενα τμήματα ισχύει ότι:
$PA = PB \Leftrightarrow P\Gamma + \Gamma A = P\Delta + \Delta B$
Οπότε λόγω του ερωτήματος (α) προκύπτει $\Gamma A = \Delta B$

γ) Είναι $\Gamma\Lambda = \Gamma A$ **(1)** και $\Delta\Lambda = \Delta B$ **(2)** ως εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από τα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Τότε η περίμετρος Π του τριγώνου $P\Gamma\Delta$ είναι:
$\Pi = P\Gamma + \Gamma\Delta + P\Delta = P\Gamma + \Gamma\Lambda + \Lambda\Delta + P\Delta$
Οπότε λόγω των σχέσεων (1) και (2) βρίσκουμε:
$\Pi = P\Gamma + \Gamma A + \Delta B + P\Delta = PA + PB$