

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΧΑΡΗΣ ΠΑΛΑΝΤΖΑΣ

ΘΕΜΑ Α

α) Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού πραγματικού αριθμού α .

(Μονάδες 5)

β) Αν $\alpha, \beta \geq 0$ να αποδείξετε ότι $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$ όπου n θετικός ακέραιος.

(Μονάδες 6)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις:

i) Η εξίσωση $(\lambda - 2)x = \lambda^2 - 4$ είναι ταυτότητα αν $\lambda = 2$.

ii) Η εξίσωση $|x| + 3 = 0$ είναι αδύνατη.

iii) Αν $\alpha \geq 0$ τότε $\sqrt[6]{\alpha^3} = \sqrt{\alpha}$.

iv) Η παράσταση $\Delta = \sqrt[3]{3-x}$ ορίζεται για κάθε $x \geq 3$.

v) Η εξίσωση $x^v = \alpha$ με $\alpha < 0$ και v άρτιο φυσικό αριθμό έχει ακριβώς μία λύση.

(Μονάδες 10)

δ) Να αντιστοιχήσετε κάθε στοιχείο της αριστερής στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεξιάς στήλης ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις.

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$
1. Αν $\Delta > 0$ τότε	α. Η εξίσωση είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .
2. Αν $\Delta = 0$ τότε	β. Η εξίσωση έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.
3. Αν $\Delta < 0$ τότε	γ. Η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.
4. Αν $\Delta \geq 0$ τότε	δ. Η εξίσωση έχει μία διπλή πραγματική ρίζα.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{2}}$

α) Να δείξετε ότι: $A = 2$.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x + A| = 3$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η παράσταση: $A = |x-1| + |y-3|$, με x, y πραγματικούς αριθμούς, για τους οποίους ισχύουν: $|2x-5| < 3$ και $|y-2| < 1$.

α) Να αποδείξετε ότι: $1 < x < 4$ και $1 < y < 3$.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι: $A = x - y + 2$.

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι: $0 < A < 5$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - \lambda x - (\lambda^2 + 5) = 0$ (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης (1).

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

γ) Αν x_1, x_2 είναι οι δύο ρίζες της εξίσωσης (1), να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$

για τις οποίες ισχύει: $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = -4$

(Μονάδες 10)

(Τράπεζα Θεμάτων)

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!