ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΥΡΙΑΚΗ 5 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2021

Υπεύθυνος καθηγητής: ΑΝΔΡΕΑΣ ΠΑΝΤΕΛΗΣ

<u>ΘΕΜΑ Α</u>

Α1. σχολικό σελίδα 13.

Α2. σχολικό σελίδα 25.

Α3. ομόρροπο , $\lambda\left|\vec{\alpha}\right|$

Α4. Λ – Σ – Σ – Λ – Λ

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

α) $\vec{\alpha}\vec{\beta}=\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot \sigma\upsilon\nu\dfrac{\pi}{3}=2$

β) $\left(2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)\perp\left(\kappa\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)\Leftrightarrow\left(2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)\left(\kappa\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)=0\Leftrightarrow 2\kappa\vec{\alpha}^2+2\vec{\alpha}\vec{\beta}+\kappa\vec{\alpha}\vec{\beta}+\vec{\beta}^2=0\Leftrightarrow\ldots\Leftrightarrow\kappa=-2$.

γ) $\left|2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|^2=\left(2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)^2=4\vec{\alpha}^2+4\vec{\alpha}\vec{\beta}+\vec{\beta}^2=4\cdot 2+4\cdot 2+8=24$, άρα $\left|2\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|=\sqrt{24}$.

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

1) Για να είναι ομόρροπα πρέπει κατ' αρχάς να είναι παράλληλα, οπότε $\det\left(\vec{a},\vec{\beta}\right)=0\Leftrightarrow$

$\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ 3 & x+1 \end{vmatrix}=0\Leftrightarrow x^2-1-3=0\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$ και ομόρροπα είναι για $x=2$.

2) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\left(\mu-1,-2\right)$, $\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}=\left(3\mu-1,-5\right)$ και αφού Α,Β και Γ είναι συνευθειακά σημεία θα ισχύει

ότι: $\det\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}},\overrightarrow{\mathrm{A\Gamma}}\right)=0\Leftrightarrow\begin{vmatrix} \mu-1 & -2 \\ 3\mu-1 & -5 \end{vmatrix}=0\Leftrightarrow -5\mu+5+6\mu-2=0\Leftrightarrow \mu=-3$.

3) $7\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3\overrightarrow{\mathrm{OB}}-4\overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{\mathrm{OA}}-4\overrightarrow{\mathrm{O\Gamma}}+3\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}}+3\overrightarrow{\mathrm{BA}}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

Άρα $\overrightarrow{\mathrm{\Gamma A}}//\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ και επειδή έχουν κοινό το σημείο Α, τα σημεία Α,Β και Γ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ Δ

α) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=4\cdot 1+\left(2\right)\cdot 2=0$, άρα τα διανύσματα είναι κάθετα.

β) i) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\left(1,2\right)-\left(4.-2\right)=\left(-3,4\right)$

$\overrightarrow{O\Gamma}=\left(\alpha,\beta\right), \textit{οπότε}\ \overrightarrow{A\Gamma}=\overrightarrow{O\Gamma}-\overrightarrow{OA}=\left(\alpha-4,\beta+2\right)$

ii) Επειδή Α,Β.Γ συνευθειακά θα είναι $\overrightarrow{AB}//\overrightarrow{A\Gamma}\Rightarrow\begin{vmatrix}-3 & 4\\ \alpha-4 & \beta+2\end{vmatrix}=0\Rightarrow .....\Rightarrow 4\alpha+3\beta=10$.

γ) $\overrightarrow{O\Gamma}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -3\alpha+4\beta=0$. Οπότε λύνουμε το σύστημα:

$$\begin{cases}4\alpha+3\beta=10\\ -3\alpha+4\beta=0\end{cases}\Leftrightarrow .....\Leftrightarrow\begin{cases}\beta=\dfrac{30}{25}=\dfrac{6}{5}\\ \alpha=\dfrac{32}{20}=\dfrac{8}{5}\end{cases}$$