

ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$ είναι 0, δηλαδή ότι $(c)' = 0$ (Μονάδες 5)

A2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$; (Μονάδες 5)

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 5)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \sqrt{1-x}$ είναι το $[0, +\infty)$.

β. Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \eta \mu x_0$.

γ. Πλάτος μιας κλάσης ενός δείγματος τιμών είναι το άθροισμα του κατώτερου και του ανώτερου ορίου της.

δ. Οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i μιας κατανομής εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες της τιμής x_i .

ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1 l_2.$$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \alpha x^2 - (\alpha + \beta)x + \beta$, όπου

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} \text{ και } \beta = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}.$$

α) Να υπολογίσετε τα α και β .

(Μονάδες 10)

β) Για $\alpha = 1$ και $\beta = 2$

i) Να υπολογίσετε την $f'(x)$.

(Μονάδες 2)

ii) Να υπολογίσετε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

B2. Αν $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}}$ να εξεταστεί αν η $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 1 - a & , x = 2 \end{cases}$

είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

α) Έστω συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2021 + \sqrt[3]{5}$.

Αν α είναι η κλίση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο της $A(4, f(4))$, να υπολογίσετε το α .

(Μονάδες 4)

β) Αν $\beta = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{x - 8}$, να υπολογίσετε το β .

(Μονάδες 4)

γ) Για $\alpha = 8$ και $\beta = 16$, να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	$f_i \%$
1	α	0,4		
2			β	
3				
Σύνολο				

(Μονάδες 5)

Γ2.

Οι βαθμοί των **50** μαθητών της Γ τάξης ενός ΕΠΑΛ παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

κλάσεις	x_i	v_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[0,4)				10
[4,8)		7		
[8,12)			26	
[12,16)				80
[16,20)				
Σύνολο		50		

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

(Μονάδες 6)

β) Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων με χάρακα.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + 4x - 2$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

(Μονάδες 6)

Δ2. Να βρείτε το σημείο A της γραφικής παράστασης της f , όπου η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

(Μονάδες 8)

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $A(0, f(0))$.

(Μονάδες 5)

Δ4. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 4 - 3x^2 + x^3$.

Να βρείτε σημείο M της γραφικής παράστασης της g όπου η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x + 4$, στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο M .

(Μονάδες 6)