Λύσεις Διαγωνίσματος ΕΠΑΛ (18/4/2021)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελ 28

Α2. Σχολικό σελ 14

Α3. Σχολικό σελ 13

Α4. **α-Λ, β-Σ, γ-Λ, δ-Σ, ε-Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}=\dfrac{0}{0}$ απροσδιόριστη μορφή. Οπότε:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-1)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x-1)=1$$

και $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{0}{0}$ απροσδιόριστη μορφή. Οπότε:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)}=\lim_{x\to 1}(\sqrt{x}+1)=2$$

β. $f'(x)=2x-3$

γ. $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$

Στο $(-\infty,\frac{3}{2}]$ η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Στο $[\frac{3}{2},+\infty)$ η f είναι γνησίως αύξουσα.

B2. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$, πρέπει $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} = \frac{0}{0} \text{ απροσδιόριστη μορφή}$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{x^2-2}{x-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x\to\sqrt{2}} \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lim_{x\to\sqrt{2}} (x+\sqrt{2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} = 2$$

και επιπλέον : $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-5x+6}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x\to 2} (x-3) = -1$

Άρα : $-1 = -1$, οπότε η f(x) είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

<u>**ΘΕΜΑ Γ**</u>

Γ1.

α. $f'(x) = 2x$, οπότε α= $f'(4) = 8$

β. $\beta = \lim_{x\to 8} \frac{x^2-64}{x-8} = \frac{0}{0}$ οπότε

$$\beta = \lim_{x\to 8} \frac{x^2-64}{x-8} = \lim_{x\to 8} \frac{(x-8)(x+8)}{x-8} = \lim_{x\to 8} (x+8) = 16$$

γ.

x_i	v_i	f_i	N_i	f_i %
1	**8**	**0,4**	8	40
2	8	0,4	**16**	40
3	4	0,2	20	20
Σύνολο	20	1		100

$$f_i = \frac{v_i}{v} \Rightarrow v = \frac{8}{0,4} = 20$$

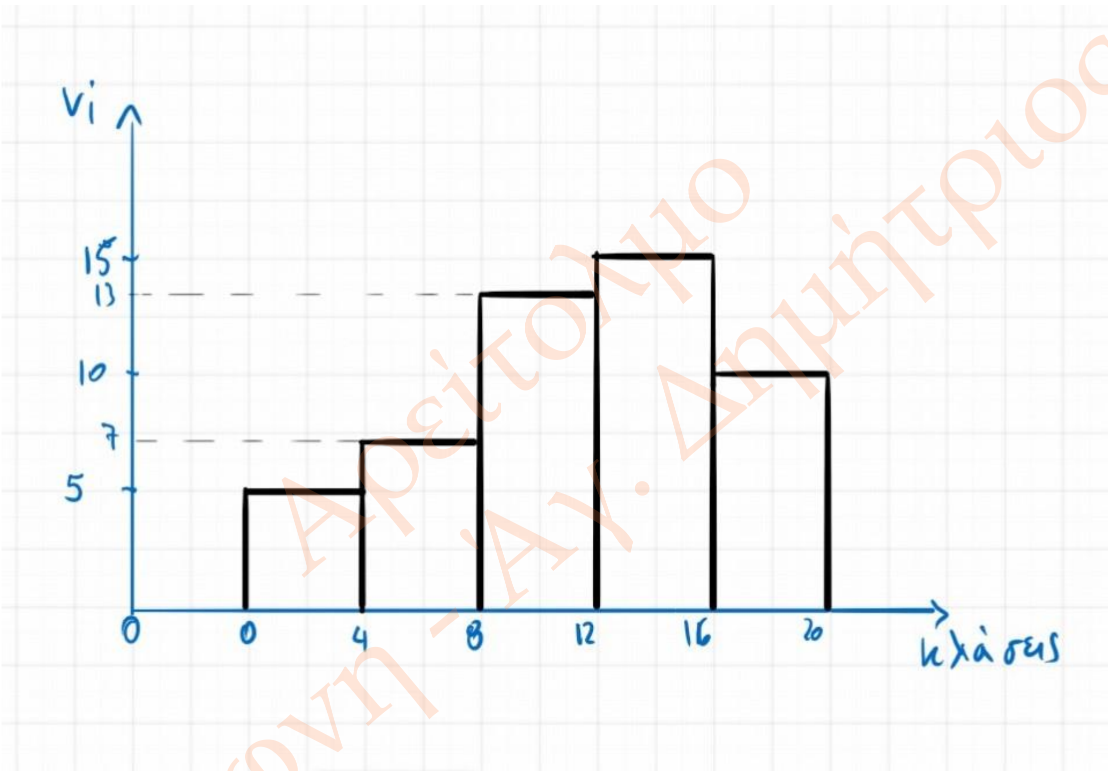
$$f_1 + f_2 + f_3 = 1$$

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% = 100$$

Γ2.

κλάσεις	x_i	v_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[0,4)	2	5	10	10
[4,8)	6	7	14	24
[8,12)	10	13	26	50
[12,16)	14	15	30	80
[16,20)	18	10	20	100
Σύνολο		50	100	

β)



<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. $f'(x)=6x^2+4>0$, ως άθροισμα θετικών

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
f΄(x)	+
f (x)	$\nearrow$

Άρα είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το $\mathbb{R}$

Δ2. Πρέπει: $f''(x)=0 \Leftrightarrow 12x=0 \Leftrightarrow x=0$

x	-∞		**0**		+∞
f΄΄(x)		-		+	
f΄ (x)		↘		↗	

τοπ. ελάχιστο

Άρα στο σημείο $A(0, f(0))$ της γραφικής παράστασης της f, η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Δ3. $f(x) = 2x^3 + 4x - 2$ άρα $f(0)=-2$

$f'(x)=6x^2+4$ άρα $f'(0)=4$

$\beta = f(0) - f'(0)\cdot 0 = -2$

Η εφαπτομένη είναι λοιπόν η: $\underline{y=4x-2}$

Δ4. Πρέπει: $g'(x)=\lambda \to g'(x)=-3$

Όμως: $g'(x)=-6x+3x^2$, άρα

$-6x+3x^2=-3 \Leftrightarrow 3x^2-6x+3=0 \Leftrightarrow 3(x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$

Άρα το σημείο της γραφικής παράστασης της g όπου η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία y = - 3x + 4, είναι το $M(1, g(1))$.

Έχουμε ότι: $g'(1)=-6\cdot 1+3\cdot 1^2=-3$ και $g(1)=2$

Συνεπώς: $\beta = 2-(-3)\cdot 1 = 5$ και έτσι η εφαπτομένη είναι η: $\underline{y=-3x+5}$.