

**ΤΑΞΗ:** Γ ΕΠΑΛ

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

**ΘΕΜΑ Α**

- i. Αν  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά στα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$  όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ , να δείξετε ότι:  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .  
(Μονάδες 5)
- ii. Τι ονομάζεται συχνότητα  $v_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .  
(Μονάδες 5)
- iii. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας συνάρτησης  $f$  στο πεδίο ορισμού της  $A$ .  
(Μονάδες 5)
- iv. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν σαν Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη (Σ) ή (Λ) δίπλα στον αριθμό της ερώτησης.
1. Αν  $A$  είναι το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης  $f$  και υπάρχει  $x_0 \in A$  για το οποίο ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$  τότε η  $f$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0$ .
  2. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό της μέγιστο.
  3. Ισχύει ότι:  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$
  4. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της τότε ισχύει:  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ .
- (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ Β**

Μελετήσαμε ένα δείγμα Ι.Χ. αυτοκινήτων που κυκλοφορούν στο κέντρο της Αθήνας ως προς τον αριθμό των επιβατών συμπεριλαμβανομένου και του οδηγού. Μερικά από τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Αριθμός Επιβατών $x_i$	Αριθμός αυτοκινήτων $v_i$	$f_i$	$f_i \%$	$N_i$	$F_i$	$F_i \%$
1						
2	110			160		
3						70
4		0,075				
5				400		
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>						

- i. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.  
(Μονάδες 12)
- ii. Τι ποσοστό των αυτοκινήτων μετέφεραν το πολύ 3 επιβάτες;  
(Μονάδες 5)
- iii. Λόγω των μέτρων εξαιτίας του Covid19, ο οδηγός κάθε Ι.Χ. αυτοκινήτου με τουλάχιστον 4 άτομα πλήρωσε πρόστιμο 300 ευρώ. Ποιο είναι το συνολικό ποσό των προστίμων;  
(Μονάδες 8)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2}$

- i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.  
(Μονάδες 6)
- ii. Να βρείτε το σημείο  $M(x, f(x))$  στο οποίο η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον  $x'x$ .  
(Μονάδες 5)
- iii. Να υπολογίσετε το:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .  
(Μονάδες 6)
- iv. Έστω  $x_i, i = 1, 2, 3, 4$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $x_i$  ενός δείγματος μεγέθους  $n = 40$ .  
Αν  $\kappa = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  να συμπληρωθεί ο πίνακας.  
(Μονάδες 8)

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
1	4			
2	$\kappa$			
3				
4		0,2		
<b>Σύνολο</b>		1	–	–

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + a^2 - 4a$ , όπου  $a \in \mathbb{R}$ .

- i. Να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο και ένα τοπικό ελάχιστο.  
(Μονάδες 10)
- ii. Να προσδιορίσετε τις τιμές του  $a$ , αν γνωρίζουμε ότι η τιμή του τοπικού μέγιστου της  $f$  είναι τριπλάσια από την τιμή του τοπικού της ελάχιστου.  
(Μονάδες 7)
- iii. Για  $a = -3$  να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $K(0, f(0))$ .  
(Μονάδες 8)

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**