ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ 24 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2021

**ΘΕΜΑ Α**

1. α 2. β 3. α 4. β

5. α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1. Σωστό το α)**

Το κάθε σώμα όπως και το σύστημα πραγματοποιεί Α.Α.Τ. με κοινή περίοδο. Άρα ισχύει: $D = K = (m_1 + m_2)\omega^2$, $D_1 = m_1\omega^2$, $D_2 = m_2\omega^2$ και $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m_1 + m_2}}$.

Σε κάποια τυχαία θέση της ταλάντωσης πάνω από την Θ.Ι. του συστήματος, που απέχει απόσταση d από αυτή, για το σώμα μάζας $m_2$ ισχύει:
$\Sigma F = -D_2 d \Rightarrow N - m_2 g = -D_2 d \Rightarrow N = m_2 g - D_2 d$

Για να είναι το σώμα $m_2$ σε επαφή με το $m_1$ πρέπει:

$$N \geq 0 => m_2 g - D_2 d \geq 0 => D_2 d \leq m_2 g =>$$

$$m_2 \left(\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}\right)^2 d \leq m_2 g => \boxed{Kd \leq (m_1 + m_2)g}$$

**Β2.** Από την εξίσωση έχουμε:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} = 2\pi => \frac{2\pi f_1 - 2\pi f_2}{2} = 2\pi => f_1 - f_2 = 2\ Hz$$

και

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 400\pi => \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} = 400\pi => f_1 + f_2 = 400\ Hz$$

Άρα $f_1 = 201$ Hz και $f_2 = 199$ Hz και επομένως:

**α.** $T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} => T_\delta = 0{,}5\ s$ Σε κάθε μία περίοδο διακροτήματος έχουμε έναν μηδενισμό. Άρα $N = \frac{\Delta t}{T_\delta} = \frac{5}{0{,}5} =>$ $\boxed{\text{N = 10 μηδενισμοί}}$ **Σωστό το α)**

**β.** $T_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{f_1 + f_2} => T_{\tau\alpha\lambda} = \frac{1}{400}\ s$ Σε κάθε περίοδο πραγματοποιείται μία ταλάντωση. Άρα $N = \frac{\Delta t}{T_{\tau\alpha\lambda}} = \frac{5}{\frac{1}{400}} =>$ $\boxed{\text{N = 2000 ταλαντώσεις}}$ **Σωστό το β)**

**Β3. Σωστό το β)**

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ως το άκρο Γ του σωλήνα:

$$P_{ατμ} + \rho g h = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho \upsilon_Γ^2 \; => \; \upsilon_Γ = \sqrt{2gh}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση συνέχειας ανάμεσα στα σημεία 1 και 2 (Γ) του οριζόντιου σωλήνα παίρνουμε:

$$Π_1 = Π_2 \; => \; A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \; => \; 2A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_Γ \; => \; \upsilon_1 = \frac{\upsilon_Γ}{2}$$

Εφαρμόζουμε πάλι την εξίσωση Bernoulli από το σημείο 1 στο σημείο 2 του σωλήνα:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_Γ^2 \; => \; P_1 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho 2gh - \frac{1}{2}\rho\frac{2gh}{4} \; =>$$

$$P_1 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho g\frac{3h}{4} \quad (1)$$

Επίσης για τον σωλήνα που βρίσκεται πάνω από το σημείο 1 ισχύει:

$$P_1 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho g h_1 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho g\frac{3h}{4} = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho g h_1 \; => \boxed{h_1 = \frac{3}{4}h}$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** $P_Γ = P_{ατμ} + \rho g(H-h_1) = 10^5 + 10^3\cdot 10\cdot(4-0{,}8) => \boxed{P_Γ = 1{,}32\cdot 10^5\ Pa}$

**Γ2.** Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ως το άκρο Γ του σωλήνα:

$$P_{ατμ} + \rho g(H-h_1) = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_Γ^2 \; => \; \upsilon_Γ = \sqrt{2g(H-h_1)} \; => \boxed{\upsilon_Γ = 8\, m/s}$$

**Γ3.** Από την εξίσωση συνέχειας τμήμα ΒΓ του σωλήνα έχουμε:

$$Π_B = Π_Γ \; => \; A_1\upsilon_B = A_2\upsilon_Γ \; => \; 10^{-4}\upsilon_B = 0{,}5\cdot 10^{-4}\cdot 8 \; => \; \upsilon_B = 4m/s$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli από το σημείο Β ως το άκρο Γ του σωλήνα:

$$P_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 = P_Γ + \frac{1}{2}\rho\upsilon_Γ^2 \; => \; P_B = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_Γ^2 =>$$

$$P_B = 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 64 - \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 16 => \boxed{P_B = 1{,}16 \cdot 10^5\ Pa}$$

**Γ4.** $t_{\pi\tau} = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8}{10}} => t_{\pi\tau} = 0{,}4\ s$ και $S = \upsilon_\Gamma \cdot t_{\pi\tau} = 8 \cdot 0{,}4 => \boxed{S = 3{,}2\ m}$

**Γ5.** $\Pi_B = \Pi_\Gamma => \Pi_B = A_\Gamma \upsilon_\Gamma = 0{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 8 => \boxed{\Pi_B = 4 \cdot 10^{-4}\ m^3/s}$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Στην θέση ισορροπίας ισχύει ΣF = 0 => $F = F_{ελ} = KΔL_1$

Στην τυχαία θέση $ΣF = F - F_{ελ} = F - K(ΔL_1 + x) = KΔL_1 - KΔL_1 - Kx = -Kx$

Άρα εκτελεί Α.Α.Τ. με D = K

Άρα $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}} = \frac{2\pi}{5}\ s$ και $f = \frac{1}{T} => \boxed{f = \frac{2{,}5}{\pi}\ Hz}$

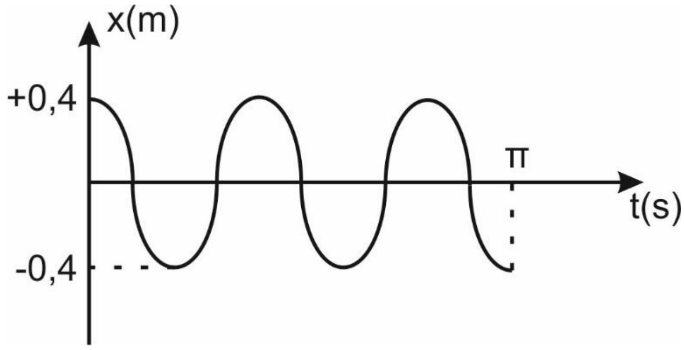
**Δ2.** Στην θέση ισορροπίας $\Sigma F = 0 => F = F_{\varepsilon\lambda} => 20 = 50 \cdot \Delta L => \Delta L = 0{,}4\ m$

Άρα Α = 0,4 m.

Επίσης $x = Aημ(ωt + φ_o) => +A = Aημ(ω \cdot 0 + φ_o) => ημ(φ_o) = 1 => φ_o = π/2$ rad

Και $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{2{,}5}{\pi} => \omega = 5\ r/s$

Επομένως $x = A\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})$




**Δ3.** Ισχύει $K = 3U => U = \frac{K}{3}$ και κάνοντας ΑΔΕΤ

$$E = K + U => E = K + \frac{K}{3} => E = \frac{4K}{3} => K = \frac{3E}{4} => \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2$$
$$=> \upsilon = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\upsilon_{max}$$

Και επειδή θέλουμε την 2η φορά $\upsilon < 0$ άρα:

$$\upsilon = -\frac{\sqrt{3}}{2}\upsilon_{max} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ \omega \cdot A = -\frac{\sqrt{3}}{2}0,4 \cdot 5 \ => \boxed{\upsilon = -\sqrt{3}\,m/s}$$

**Δ4.** Όταν το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας ισχύει υ = $\upsilon_{max}$ και έτσι:

$$|\Delta p| = \left|m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m\upsilon_{\alpha\rho\chi}\right| = |m(-\upsilon_{max}) - m\upsilon_{max}| = 2m\upsilon_{max} \ =>$$

$$|\Delta p| = 2 \cdot 2 \cdot 2 \ => \boxed{|\Delta p| = 8\,kgm/s}$$

**Δ5.** Για την χρονική στιγμή $t_1$ ισχύει:

$$x = A\eta\mu(\omega t_1 + \varphi_o) \ => \ x = 0,4\eta\mu\left(5\frac{2\pi}{15} + \frac{\pi}{2}\right) \ => \ x = -0,2\,m$$

Το x στην δυναμική ενέργεια ελατηρίου μετριέται από την θέση φυσικού μήκους. Η θέση x = -0,2 m της ταλάντωσης απέχει x = 0,6 m από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου. Έτσι:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0,6^2 \ => \boxed{U_{\varepsilon\lambda} = 9\,J}$$