



ΚΥΡΙΑΚΗ 8 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2020

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α

Α. α) Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού a .
[Μονάδες 4]

β) Να αποδείξετε ότι: $|a \cdot \beta| = |a| \cdot |\beta|$
[Μονάδες 6]

Β. Να αναπτύξετε τις ταυτότητες.

α) $(a - \beta)^2 =$

β) $a^3 + \beta^3 =$

γ) $(a - \beta)^3 =$

[Μονάδες 6]

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ (σωστή) ή ως Λ (λανθασμένη).

α) Αν $a > \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $a \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$

β) Αν $a > \beta > 0$ τότε $a^2 > \beta^2$

γ) Αν α, β ετερόσημοι και $\alpha < \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$

δ) Ισχύει ότι: $|\alpha| > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό a .

ε) Ισχύει ότι: $|\alpha| + |\beta| = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ ή $\beta = 0$

στ) Ισχύει ότι: $|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$

[Μονάδες 9]

ΘΕΜΑ Β

Αν θεωρήσουμε ως βασικό σύνολο το $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ και τα σύνολα

$$A = \{x \in \Omega / x \text{ είναι άρτιος}\}$$

$$B = \{x \in \Omega / x \text{ είναι διαιρέτης του } 6\}$$

$$\Gamma = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ λύση της εξίσωσης } x^2 = 25\}$$

α) Να δείξετε ότι $\Gamma = \{5\}$

[Μονάδες 6]

β) Να βρείτε τα σύνολα $A \cup B$, $A \cap B$, B'

[Μονάδες 15]

γ) Να ελέγξετε αν ισχύει $\Gamma \subseteq B'$

[Μονάδες 4]

ΘΕΜΑ Γ

A. α) Να αποδείξετε ότι: $x^4 + y^4 \geq 2x^2y^2$

[Μονάδες 5]

β) Αν $x < -2$ να αποδείξετε ότι: $x(x+1)^2 < -2$

[Μονάδες 6]

γ) Αν $0 \leq x < y$ να αποδείξετε ότι: $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

[Μονάδες 8]

B. Να αποδείξετε ότι $x^2 + y^2 + 10 \geq 6x + 2y$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $x^2 + y^2 + 10 = 6x + 2y$

[Μονάδες 6]

ΘΕΜΑ Δ

A. Να αποδείξετε ότι: $|x^2 - 2x + 1| - |-x^2 - 1| + 2x = 0$

[Μονάδες 8]

B. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς $x, y \in \mathbb{R}$ ισχύουν ότι:

- $d(x, 2) \leq 1$
- $y \in [-2, 2]$

α) Να δείξετε ότι $x \in [1, 3]$

[Μονάδες 5]

β) Δίνεται η παράσταση $A = |x-3| - 2|y+2| + 4|-x|$.

i) Να αποδείξετε ότι η παράσταση A για τις παραπάνω τιμές των x και y ,
γράφεται $A = 3x - 2y - 1$

[Μονάδες 7]

ii) Να υπολογίσετε την μέγιστη και ελάχιστη τιμή της παράστασης A.

[Μονάδες 5]