

ΤΑΞΗ: Γ' ΕΠΑΛ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται η συνάρτηση $F(x)=f(x)+g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι: $F'(x)=f'(x)+g'(x)$.

Μονάδες 10

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, το γράμμα Σ , αν η πρόταση είναι αληθής ή το γράμμα Λ , αν η πρόταση είναι ψευδής.

1) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0 .

2) Η παράγωγος κάθε σταθερής συνάρτησης ισούται με μηδέν σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού της.

3) Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \eta \mu x_0$.

4) $(\sqrt{2g(x)})' = \frac{1}{\sqrt{g(x)}} g'(x), g(x) > 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

B1. Να συμπληρώσετε τους παρακάτω κανόνες παραγώγισης:

(i) $(c \cdot f(x))' = \dots$ (ii) $(f(x) + g(x))' = \dots$ (iii) $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

(iv) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dots$ (v) $(f(g(x)))' = \dots$

Μονάδες 10

B2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2018$

i. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $f'(x)$ και το $f'(1)$.

Μονάδες 4

ii. Να βρείτε τη δεύτερη παράγωγο $f''(x)$ και το $f''(-1)$.

Μονάδες 4

iii. Να αποδείξετε ότι: $3f'(x) - f''(x) - 9x^2 + 11 = 0$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. **Μονάδες 3**

ii. Να βρείτε την τιμή $f(1)$ και να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A\left(1, \frac{1}{3}\right)$. **Μονάδες 2**

iii. Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τους άξονες. Αν ναι, σε ποια σημεία; **Μονάδες 4**

iii. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$. **Μονάδες 4**

Γ2. Υπολογίστε τα ζητούμενα όρια:

α. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x| + \sqrt{x^2}}{2x}$ β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$

γ. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x - 2}$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

i. $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 1}$ ii. $g(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ iii. $h(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

Μονάδες 9

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$, $x \in \mathbb{R}$

i. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . **Μονάδες 5**

ii. Για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει ακρότατα;
Να προσδιορίσετε το είδος των ακροτάτων και να τα υπολογίσετε. **Μονάδες 5**

Δ3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \lambda - 2, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

i. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$. **Μονάδες 4**

ii. Να βρείτε το λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$. **Μονάδες 2**

Σας ευχόμαστε επιτυχία!